

半楕円体型セルトに固定された運動座標系からの接点軌跡観測

属 太佑*・八木 蒼汰*・鬼追 一雅*

(令和7年10月31日受付)

Observation of Contact Point Trajectories in a Moving Coordinate System fixed to the Semi-ellipsoidal Celt

Taisuke SAKKA, Souta YAGI and Kazumasa KIOI

(Received October 31, 2025)

Abstract

筆者らが提案した接点座標導出法を用いて半楕円体型セルトと机との接点軌跡を測定した。その結果、運動座標系におけるセルトの接点軌跡は中心線角度 γ の正負によって1型 ($\gamma > 0$) と2型 ($\gamma < 0$) の2種類に分類できることが判明した。1型軌跡の場合にはスピン右回転トルクを発生しており、2型軌跡の場合にはスピン左回転トルクを発生している。 γ の絶対値が小さい場合はピッチ振動が支配的であり、 γ の絶対値が大きな場合はロール振動が支配的である。ピッチ振動とロール振動の強弱比はセルトの回転方向すなわち角速度 ω_z の正負ではなくトルク発生方向すなわち角加速度 α_z の正負によって変わることが実験で確認できた。強反転トルク発生時 (L体では α_z が正, R体では α_z が負) はピッチ振動が支配的で γ の絶対値は小さな値を示し、弱反転トルク発生時 (L体では α_z が負, R体では α_z が正) はロール振動が支配的で γ は大きな値を示す。強反転方向開始の場合、リリース直後の接点軌跡は大きな楕円渦巻を描くが1回目のスピン反転以後は楕円率の小さな直線的な接点軌跡を描くようになる。

Key Words: celt, rattleback, IMU, contact point, moving coordinate system, body coordinate system

1. はじめに

セルトは舟形をしたコマの一種で、机の上で回転させるとガタガタと音をたてながらシーソーのような振動が高速に発生し、やがて自発的に逆方向に回転する。この現象はコマの慣性主軸と形状主軸がずれていることに起因している。単純な構造ではあるが、その運動の解析は意外と複雑である。セルトに関する研究は100年以上前から行われており [1]、現在も様々な研究がなされている [2] [3] [4] [5] [6]。

筆者らは、これまでに様々な手法を用いてセルトの運動特性の実験的検証を進めてきた [7] [8] [9] [10] [11]。筆者らが提案した接点軌跡を追跡する方法 [16] は、慣性計測装置 (IMU) を利用して運動座標系から見た接点軌跡を測定す

る。セルトの運動に影響を及ぼすことなく、“その場観測”で接点軌跡を記録することを可能にした。この方法で半楕円体型セルトの接点軌跡を測定した結果、運動座標系におけるセルトの接点軌跡は、接点軌跡の中心線角度 γ が正の場合の「1型軌跡 (type1)」と γ が負の場合の「2型軌跡 (type2)」に分類できることが判明した。接点軌跡の形状はスピン角速度 ω_z の正負 (すなわち回転方向) と対応しているのではなく、スピン角加速度 α_z の正負 (すなわちトルク方向) と対応していることが判明した。L体であろうがR体であろうが、回転方向とは関係なく1型軌跡の場合にはスピン右回転トルクを発生し、2型軌跡の場合にはスピン左回転トルクを発生している。

* 広島工業大学情報学部情報工学科

さらに強反転方向からスピン回転を開始した場合、リリース直後の接点軌跡は楕円渦巻形を有し、重りねじれ角 ζ が増加するにつれて細長い形状になることも見出した。L 体と R 体のいずれの場合も、弱反転方向からスピン回転を開始した場合には、リリース直後の大きな楕円渦巻形の接点軌跡は出現しない。

2. 実験方法

2.1. 使用セルトの形状

実験に使用したセルトの外観写真および平面図、正面図、ならびに側面図を図 1 に示す。素材は PA12 を使用し、サイズは長軸半径 $a=50\text{mm}$ 、短軸半径 $b=20\text{mm}$ 、極軸半径 $c=10\text{mm}$ である。以後、セルトのサイズを (50-20-10) のように記述する。測定用の BWT901 慣性計測装置^[15]は自作ドータボードを介してリチウムイオンポリマー電池とコネクタで接続できるようになっている。セルト上部にプラスチック製の六角ナットとボルトで 4ヶ所を固定した。

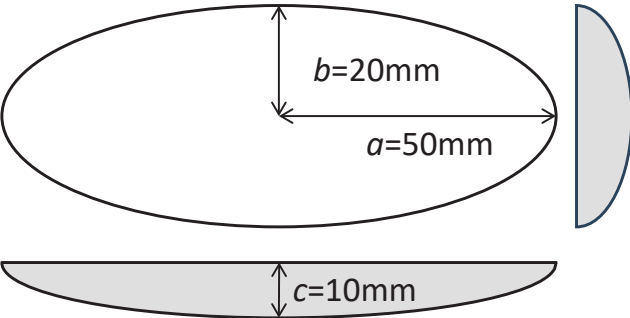
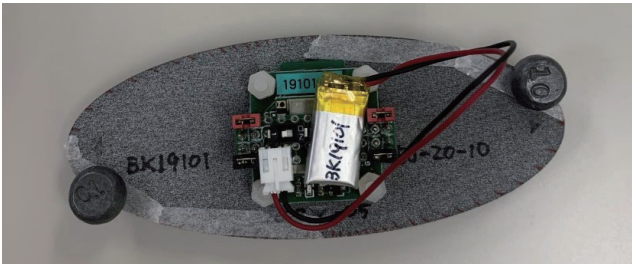


図 1 使用した PA12 製セルトの外観写真および平面図、正面図、ならびに側面図。重りを除いた全体の重さ 28.40g。

測定には Witmotion 社製 9 軸慣性センサ BWT901-E を使用した。加速度の最大値 $\pm 16\text{G}$ (精度 0.01G)、角速度最大値 2000deg/s (精度 0.05deg/s)、角度は AngleX と AngleZ が $\pm 180^\circ$ 、AngleY が $\pm 90^\circ$ (精度 0.01°)、測定時間間隔は 5ms/sample で測定した。Bluetooth 接続によってリアルタイムで PC に測定データが送信される。

2.2. ZYX オイラー角と接点座標導出

筆者らが提案した接点座標導出法^[16]を用いてセルトと

机との接点軌跡を測定した。その概略を述べる。図 2 はセルト固定座標系 O-xyz の xy 平面を基準にした半楕円体型セルトと接平面の図である。点 P_0 が接点、 z' は原点 O から接平面へ下した垂線である。セルトに固定された運動座標系 O-xyz 系における接点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ の座標成分は

$$(x_0, y_0, z_0) = \left(\frac{a^2}{A} \lambda_x, \frac{b^2}{A} \mu_y, \frac{c^2}{A} \nu_z \right)$$

で表される。 a, b, c はそれぞれ半楕円体の長軸半径、短軸半径、極軸半径である。また A は a, b, c と λ_x, μ_y, ν_z で決まる係数であり、

$$A = \pm \sqrt{a^2 \lambda_x^2 + b^2 \mu_y^2 + c^2 \nu_z^2}$$

と書ける。ここで λ_x, μ_y, ν_z は接点 P における接平面の方向余弦である。半楕円体なので z_0 は負でなければならないので、

$$z_0 = \frac{c^2}{A} \nu_z < 0$$

の条件から A の符号が決まる。従って方向余弦は、

$$\begin{pmatrix} \lambda_x \\ \mu_y \\ \nu_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix}, \quad \begin{cases} \theta = \text{AngleY} \\ \phi = \text{AngleX} \end{cases}$$

となり、センサで測定したロール角 AngleX とピッチ角 AngleY とを使うとセルト固定座標系における接平面の方向余弦を決定できる。これによってセルトに固定された運動座標系 O-xyz 系における接点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ の座標成分を決定できる。

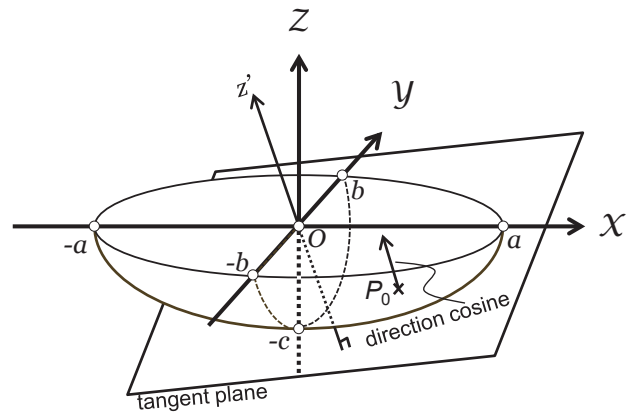


図 2 セルト固定座標系 O-xyz の xy 平面を基準にした半楕円体型セルトと接平面の図^[16]。点 P_0 が接点、 z' は原点 O から接平面へ下した垂線。

3. 接点軌跡測定結果

3.1. 重りねじれ角 ζ の定義

本来、ねじれ角とは慣性主軸と形状主軸のなす角のこと

であるが、重りを設定する毎に測定が必要なことから、本実験では簡便な方法として重りねじれ角 ζ を定義して実験パラメータとして用いた。

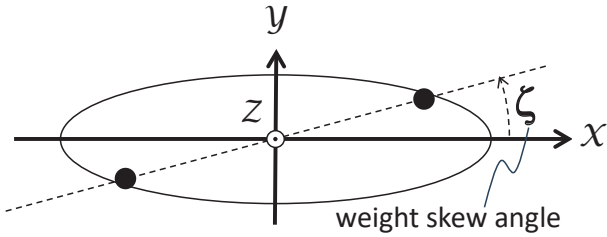


図3 重りねじれ角 ζ の定義. 黒丸は重りを示す. ζ が正の値($< +90^\circ$)ならL体で, 負の値($> -90^\circ$)ならR体である [11]

図3に重りねじれ角 ζ の定義を示す. 図3はセルトを上から見た図である. 図中の黒丸は重りを示す. 重りはx-y平面の原点に対して点対称の位置に配置する. 重りの中心同士を結んだ直線とx軸とのなす角 ζ を「重りねじれ角」と定義する. ζ が正の値($0^\circ < \zeta < 90^\circ$)の場合をL体, 負の値($0^\circ > \zeta > -90^\circ$)の場合をR体と呼ぶ [11]. L体とR体は互いに鏡像体の関係にあり, 並進と回転だけでは重ね合わせることができない。

3.2. 中心線角度 γ の定義と接点軌跡の分類

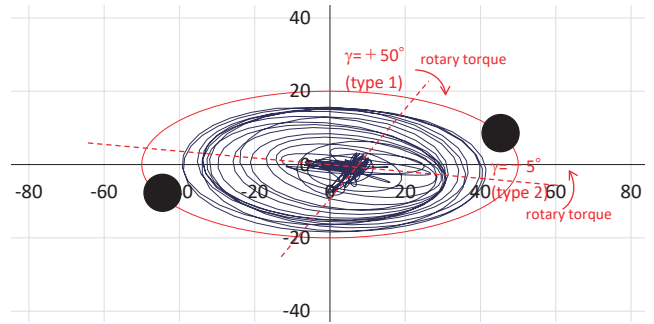
接点軌跡は大局的には楕円形もしくは楕円渦巻形を描くので, その長軸を接点軌跡の中心線と呼び, 中心線とx軸とのなす角 γ を中心線角度と呼ぶことにする. 接点軌跡の形状を中心線角度 γ の正負で2種類に区別し, 中心線角度 γ が正の接点軌跡を「1型軌跡」, 中心線角度 γ が負の接点軌跡を「2型軌跡」とする。

図4にサイズが(50-20-10)のPA12製セルトにおいて, 重り径 $\phi = 10\text{mm}$ で重りねじれ角 $\zeta = 10^\circ$ のL体で強反転方向(右回転)開始した時およびねじれ角 $\zeta = -10^\circ$ のR体で強反転方向(左回転)開始した時のリリース後から停止までの接点軌跡の全体を示す. このとき中心線角度 γ はL体では: 1型軌跡 $+50^\circ$ 付近, 2型軌跡 -5° 付近

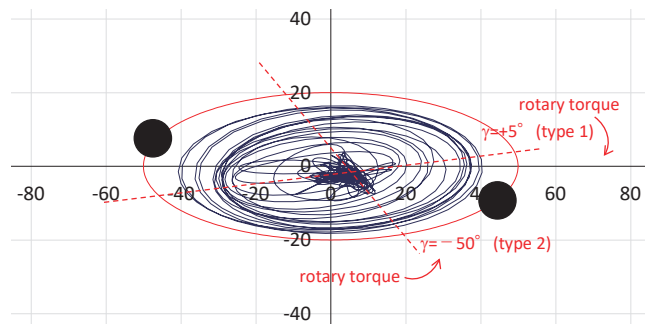
R体では: 1型軌跡 $+5^\circ$ 付近, 2型軌跡 -50° 付近と, L体とR体では1型軌跡と2型軌跡の中心線角度が入れ替わった値になっていた。

3.3. 角速度 ω_z の正負と中心線角度 γ の関係

L体強反転方向開始時の接点軌跡である図4(a)について, その詳細を説明する. 図5は図4(a)の接点軌跡が得られた実験のスピンの角速度 ω_z の時間変化を ω_z が正の区間と負の区間で分けした図である. ω_z が正なら左回転, 負なら右回転なのでセルトの回転方向で分けしてい



(a) $\zeta = 10^\circ$ (L体), 強反転方向(右回転)開始の接点軌跡.



(b) $\zeta = -10^\circ$ (R体), 強反転方向(左回転)開始の接点軌跡.

図4 PA12製セルト, サイズ(50-20-10), $\phi = 10\text{mm}$, 強反転方向開始のリリース後から停止までの全軌跡. (a)L体, (b)R体. 重りは各々6.0gなので全体で40.4g.

る. L体では右回転が強反転方向なのでリリース時の ω_z は負の値を持つ. この実験ではリリース時 $\omega_z = -1464\text{deg/s} \approx -4$ 回転/秒である. スピン反転は3回生じている. 図中の①~④の区間はそれぞれ, ①リリース~スピンの反転1, ②スピンの反転1~スピンの反転2, ③スピンの反転2~スピンの反転3, ④スピンの反転3~スピンの停止まで, の区間である。

L体強反転方向開始時の実験であるから①スピンの右回転区間, ②スピンの左回転区間, ③スピンの右回転区間, ④スピンの左回転区間である。

図6(a)は区間①リリース直後~スピンの反転1回目(スピンの右回転中, 強反転方向)の接点軌跡である. 大局的にはスピンの左回転トルクが生じて ω_z は減速中である. この区間の接点軌跡は大きな楕円渦巻形をしているがその中心線角度は $\gamma = -5^\circ$ であり, 2型軌跡である. 接点軌跡は右回りに楕円渦巻を描く。

図6(b)は区間②スピンの反転1回目~スピンの反転2回目(スピンの左回転中, 弱反転方向)の接点軌跡である. スピンの反転1回目の後, セルトはスピンの左回転運動に変わり, スピンの左回転速度 ω_z が徐々に増加するので, スピンの反転

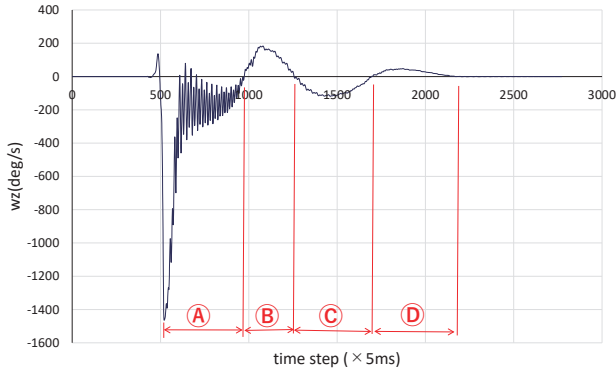


図5 図4 (a) の接点軌跡が得られた実験のスピンの角速度 ω_z の正負による区間分割. ①右回転区間, ②左回転区間, ③右回転区間, ④左回転区間. スピン反転は3回生じている.

前に引き続き左回転トルクがかかっている. その後 ω_z は極大値を経てスピン左回転速度が徐々に減少する. すなわち ω_z の極大値後は右回転トルクに変わっている. この区間の接点軌跡は $\gamma = +50^\circ$ の1型軌跡と $\gamma = -5^\circ$ の2型軌跡とが混在している.

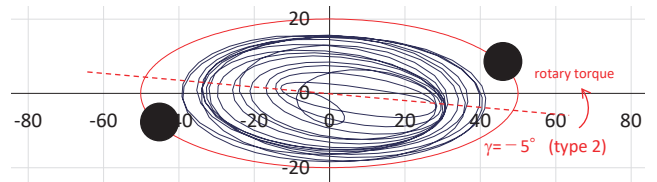
図6 (c) は区間③スピン反転2回目～スピン反転3回目(スピン右回転中, 強反転方向)の接点軌跡である. この区間の接点軌跡も中心線角度 $\gamma = +50^\circ$ の1型軌跡と中心線角度 $\gamma = -5^\circ$ の2型軌跡の両方が混在している.

図6 (d) は区間④スピン反転3回目～スピン停止(スピン左回転中, 弱反転方向)の接点軌跡である. この区間の接点軌跡は $\gamma = -5^\circ$ の2型軌跡である. 図中の×印は停止後の接点位置である. この実験では重心位置が+x方向に10mm程度ずれていたことがわかる. 1型軌跡と2型軌跡の中心線同士の交点が重心位置付近になっている.

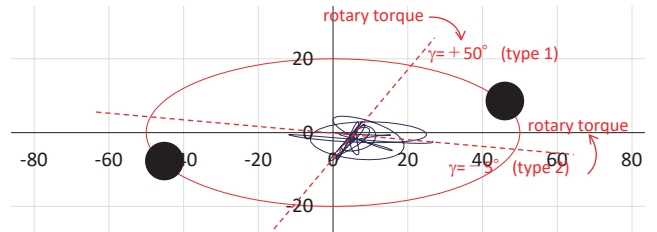
区間②, ③の接点軌跡では1型軌跡と2型軌跡が混在しており, スピン回転方向によって接点軌跡の型が決まっている訳ではないことがわかる.

そこで区間③について前半部と後半部に分けて接点軌跡を描き出した. その結果を図7 (a) (b) に示す. この区間ではいずれもスピン右回転中(L体強反転方向)である. 図7 (a) は区間③の前半部で, 中心線角度 $\gamma = +50^\circ$ の接点軌跡1型だけが出現している. また図7 (b) は区間③の後半部で, 中心線角度 $\gamma = -5^\circ$ の接点軌跡2型だけが出現している. この区間は常にスピン右回転中であるが, 前半部分ではスピン右回転が加速中であり, 後半部分ではスピン右回転が減速中である.

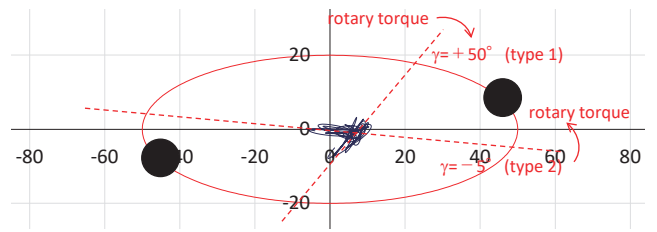
すなわち前半部分ではセルトに右回りトルクが生じており, 後半部分では左回りトルクが生じている. これらのことから右回りトルク発生中には接点軌跡は1型となり, 左回りトルク発生中には接点軌跡は2型になると考えられる. この関係はL体, R体に関係なく, また重りねじれ角 ζ を変えても常に成り立っていることを確認した.



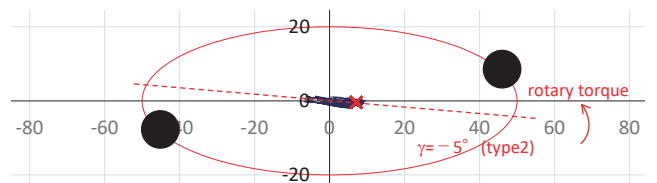
(a) 区間①の接点軌跡. スピン右回転中.



(b) 区間②の接点軌跡. スピン左回転中.



(c) 区間③の接点軌跡. スピン右回転中.



(d) 区間④の接点軌跡. スピン左回転中.

図6 図5の①～④の各区間における接点軌跡. (d)の図中の×印は停止後の接点位置.

L体では右回りトルク発生中の γ が大きな値を持ちロール振動が支配的であり, 左回りトルク発生中の γ は小さな値を持つのでピッチ振動が支配的である. 逆にR体では右回りトルク発生中の γ が小さな値を持ちピッチ振動が支配的であり, 左回りトルク発生中の γ は大きな値を持つのでロール振動が支配的である. これは従来から知られているように強反転方向のスピン反転はピッチ振動が支配的であり, 弱反転方向のスピン反転はロール振動が支配的であるという認識と一致している. ただし強反転方向にスピン回転していても前半部分の加速区間ではロール振動が支配的であるし, 弱反転方向にスピン回転していても前半部分の加速区間ではピッチ振動が支配的である.

すなわち, セルト固定運動座標系における接点軌跡形状を解析する場合は, スピン回転方向で分類するのではなく, スピン角加速度の方向で分類するべきであることがわかる.

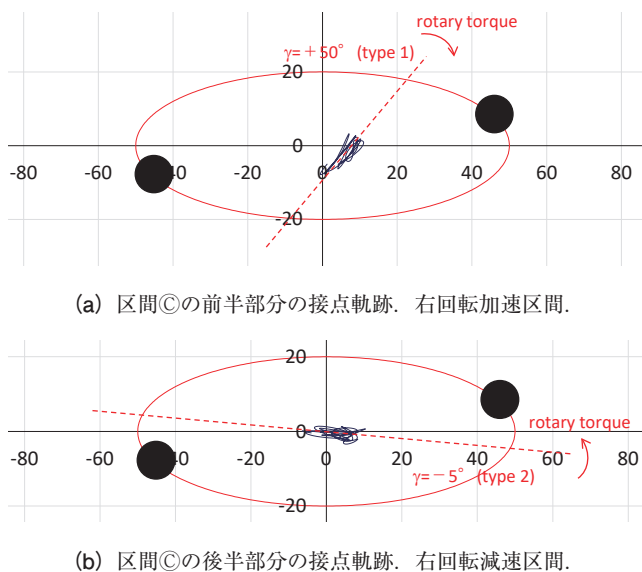


図7 図6 (c) の前半部と後半部の接点軌跡。

3.4. 角加速度 α_z の正負と中心線角度 γ との関係

そこで接点軌跡について、スピン角加速度 α の正負と中心線角度 γ との関係調べた。

3.4.1. L体強反転方向開始時の中心線角度 γ

図8はサイズが(50-20-10)のPA12製セルトの重り径 $\phi = 10\text{mm}$ 、重りねじれ角 $\zeta = 15^\circ$ のL体における強反転方向(右回転)開始時の接点軌跡全体図である。 ζ を 15° に変えたが図4(a)とほぼ同様の接点軌跡を描いていることがわかる。停止後の接点位置は原点近くに設定できていた。

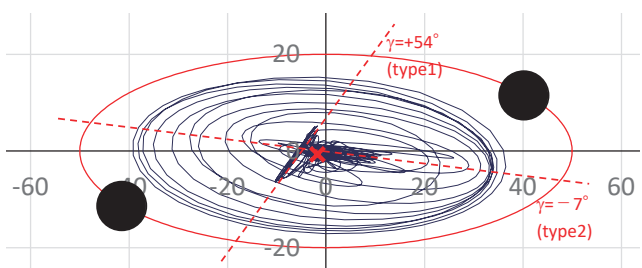


図8 $\phi = 10\text{mm}$, $\zeta = 15^\circ$ L体強反転方向の接点軌跡全体図。×印は停止後の接点位置。

図9は図8の接点軌跡が得られた実験のスピン角加速 α_z が正の区間と負の区間で①~④に区分けした図である。 ω_z の傾きが正なら α_z が正、 ω_z の傾きが負なら α_z が負である。図中の①~④の区間はそれぞれ、①リリース~ ω_z 極大、② ω_z 極大~ ω_z 極小、③ ω_z 極小~ ω_z 極大、④ ω_z 極大~スピン停止まで、の区間である。

L体強反転方向開始時の実験であるから①スピン左回転加速区間、②スピン右回転加速区間、③スピン左回転加速区間、④スピン右回転加速区間である。

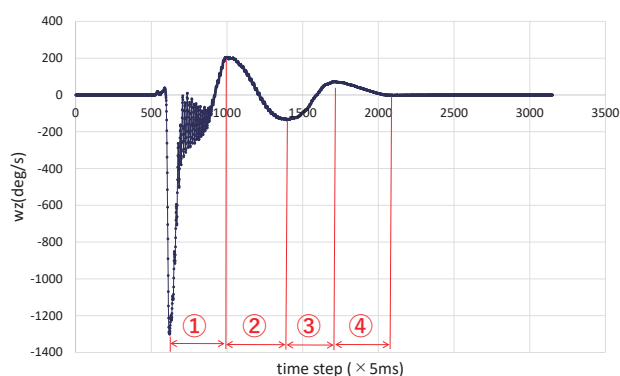


図9 図8の接点軌跡が得られた実験のスピン角加速度 α_z の正負による区間分割。①と③は角加速度 α_z が正の区間、②と④は α_z が負の区間

図10(a)は区間①リリース~ ω_z 極大の接点軌跡である。この区間ではスピン左回転トルクが生じて ω_z は増加中である。リリース直後はスピン右回転をしているが角速度は減速し、途中でスピン反転してスピン左回転に転じる。スピン左回転に転じた後も左回転トルクが働いているので角速度は加速して極大に至る。この区間の接点軌跡は大きな楕円形状をしているがその中心線角度は $\gamma = -7^\circ$ であり、2型軌跡である。図中の○印はリリース時の接点位置を示し、△印は ω_z 極大時の接点位置を示している。

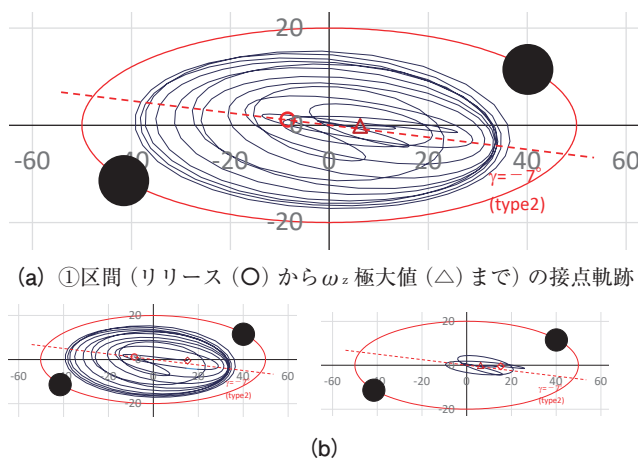


図10 $\phi = 10\text{mm}$, $\zeta = 15^\circ$ L体強反転, リリースから極大値まで(図9の①区間, $\alpha_z > 0$)の接点軌跡。○はリリース時, △は極大時の接点位置。◇はスピン反転時の接点位置。

図10(b)の左側の図は(a)の前半(リリース~スピン反転1まで)の接点軌跡である。◇印はスピン反転時の接点位置を示す。この区間では接点軌跡は右巻きの楕円渦巻を描く。図10(b)の右側の図は(a)の後半(スピン反転1~ ω_z 極大まで)の接点軌跡である。スピン反転1の後は比較的小さな楕円渦巻状の軌跡を描く。中心線角度 $\gamma = -7^\circ$ は維持しているが、スピン反転後は右巻きだった

楕円渦巻が突然左巻きに変わっている。楕円渦巻の渦巻き方向がスピン反転後には常が生じる現象ではない。

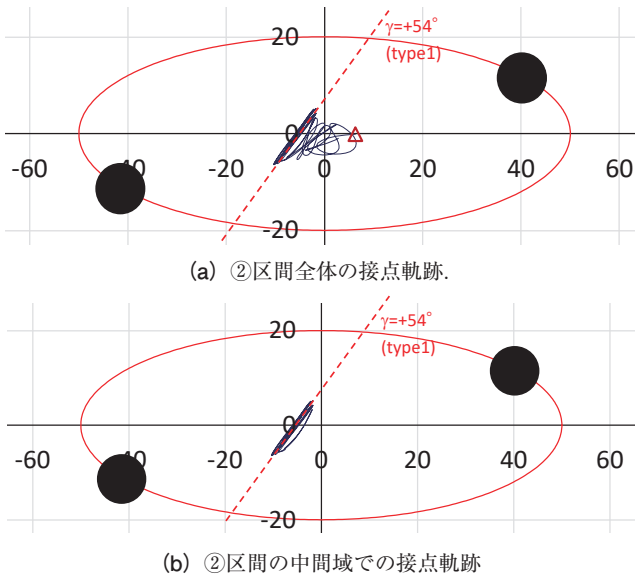


図 11 ②区間 (ω_z 極大 (Δ) $\sim \omega_z$ 極小まで, $\alpha_z < 0$) の接点軌跡. $\phi = 10$ $\zeta = 15^\circ$ L 体強反転極大値から極小値まで. (a) は②区間全体, (b) は極大付近と極小付近を除いた中間域の接点軌跡.

図 11 は区間② ω_z 極大 $\sim \omega_z$ 極小の接点軌跡である. この区間ではスピン右回転トルクが生じて ω_z は減少中である. 最初はスピン左回転をしているが途中で 2 度目のスピン反転を生じてスピン右回転に転じる. スピン右回転に転じた後も右回転トルクが働いているので角速度の大きさは増加して極小に至る. この区間の接点軌跡は直線的な形状を有し, その中心線角度は $\gamma = +54^\circ$ であり, 1 型軌跡である. 特に極大付近と極小付近を除いた区間ではほぼ直線状の接点軌跡を有している.

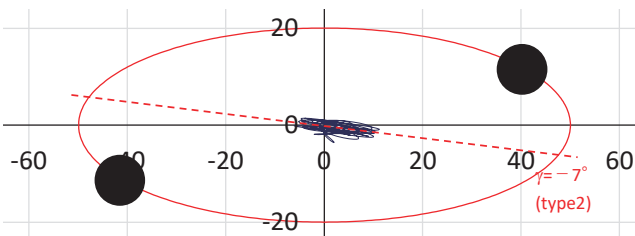


図 12 図 9 の③区間 ($\alpha_z > 0$) $\phi = 10$ $\zeta = 15$ L 体強反転極小値から極大まで

図 12 は区間③ ω_z 極小 $\sim \omega_z$ 極大の接点軌跡である. この区間ではスピン左回転トルクが生じて ω_z は増加中である. 最初はスピン右回転をしているが途中で 3 度目のスピン反転が生じてスピン左回転に転じる. この区間の接点軌

跡はほぼ直線形状を有し, その中心線角度は $\gamma = -7^\circ$ であり, 2 型軌跡である.

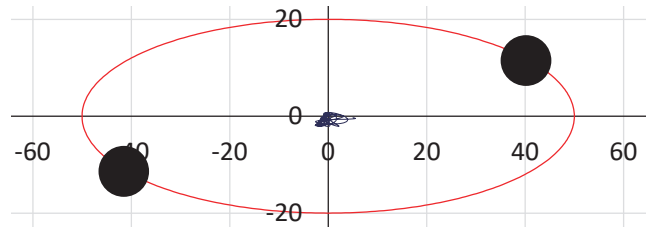


図 13 図 9 の④区間 ($\alpha_z < 0$) $\phi = 10$ $\zeta = 15$ L 体強反転極大値から停止まで.

図 13 は区間④ ω_z 極大 \sim 停止の接点軌跡である. この区間では最初はスピン左回転をしているが, 既に回転速度は落ちており, 最終的には停止している. 区間②のような明確な 1 型軌跡ではなく, ロール振幅もピッチ振幅も小さい. このことから, 回転速度を落とす右回転トルクは弱く, 摩擦力による回転速度の低下が支配的であると考えられ, 最終的には停止に至る.

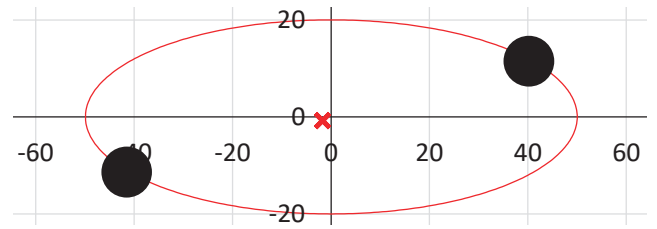


図 14 停止後. $\phi = 10$ $\zeta = 15$ L 体. 図中の \times 印は停止後の接点位置.

図 14 の \times 印は停止後の接点位置である. セルトの中心から若干ずれている.

3.4.2. L 体弱反転方向開始時の中心線角度 γ

L 体, R 体のいずれであっても弱反転方向開始の場合は, 強反転方向開始に比べて, リリース直後の振動が少なく滑らかなスピン回転をする.

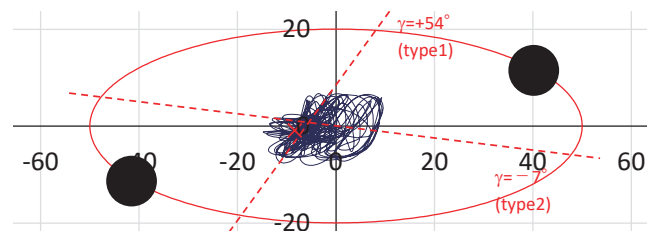


図 15 $\phi = 10$ mm, $\zeta = 15^\circ$, L 体弱反転方向の接点軌跡全体図. \times 印は停止後の接点位置.

図 15 は図 8 と同じセルトを弱反転方向から開始した場合の接点軌跡の全体図である。中心線角度 γ は強反転方向から開始した場合と同じで $\gamma = -7^\circ$ と $\gamma = +54^\circ$ が出現する。

弱反転方向からスピン回転を開始した場合は、リリース直後における大きな楕円状の接点軌跡は現れない。

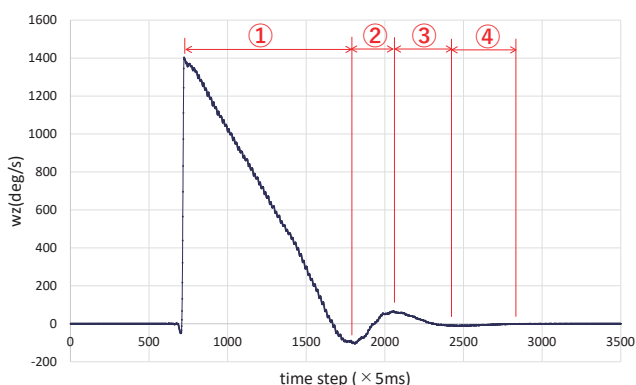


図 16 図 15 の接点軌跡が得られた実験のスピン角加速度 α_z の正負による区間分割。①と③は角加速度 $\alpha_z < 0$ の区間、②と④は $\alpha_z > 0$ の区間

図 16 は図 15 の接点軌跡が得られた実験のスピン角加速度 α_z が正の区間と負の区間で①～④に区別した図である。図中の①～④の区間はそれぞれ、①リリース～ ω_z 極小、② ω_z 極小～ ω_z 極大、③ ω_z 極大～ ω_z 極小、④ ω_z 極小～スピン停止まで、の区間である。

L 体弱反転方向開始時の実験であるから①スピン右回転加速区間、②スピン左回転加速区間、③スピン右回転加速区間、④スピン左回転加速区間である。

区間④は開始時点ではほぼ停止している。

3.5. 重りねじれ角 ζ と接点軌跡形状との関係

図 15 (a1) ～ (d1) は図 4 に続けて重りねじれ角 ζ を 20° 、 30° 、 40° と変えた場合のリリース後全体の接点軌跡である。

$\zeta = 10^\circ$ の場合と同様にリリース後からスピン反転 1 回目までの接点軌跡は楕円率の大きな楕円渦巻を描きながら徐々に半径が小さくなる。ただし重りねじれ角 ζ が大きくなるにつれて、このリリース直後の接点軌跡が描く楕円渦巻の大きさが小さくなっていく。特に短軸半径が顕著に小さくなり、 ζ が大きいと接点軌跡は楕円率の小さな楕円渦巻もしくはほぼ直線的な往復軌跡になる。

重りねじれ角 ζ が大きくなってリリース直後の楕円型接点軌跡の中心線角度 γ の値は $\zeta = 40^\circ$ までではほぼ $\gamma = -5^\circ$ である。

重りねじれ角 $\zeta = 40^\circ$ ではスピン反転は 1 回しか生じず、

スピン反転後の ω_z 極大後になっても明確な 1 型軌跡は現れず、ほぼ x 軸に沿った直線的な往復軌跡を示す。これは、 ω_z 極大後のスピン回転速度減少が摩擦力のみを原因とし、ロール振動による回転トルクがほぼ 0 であることを示唆している。

$\zeta = 20^\circ$ において 1 型軌跡の位置が大きく $-x$ 方向にずれている。このような特異軌跡が出現することがあるが、原因はいまのところ不明である。再現性はない。

図 15 (a2) ～ (d2) は重り径 $\phi = 5\text{mm}$ に変えて、同じく重りねじれ角 ζ を 20° 、 30° 、 40° と変えた場合のリリース後全体の接点軌跡である。スピン反転はいずれも 1 回であった。重り径 $\phi = 5\text{mm}$ と小さくて軽い重りの場合、中心線角度 $\gamma = 0^\circ$ であり反転トルクが小さいと考えられる。

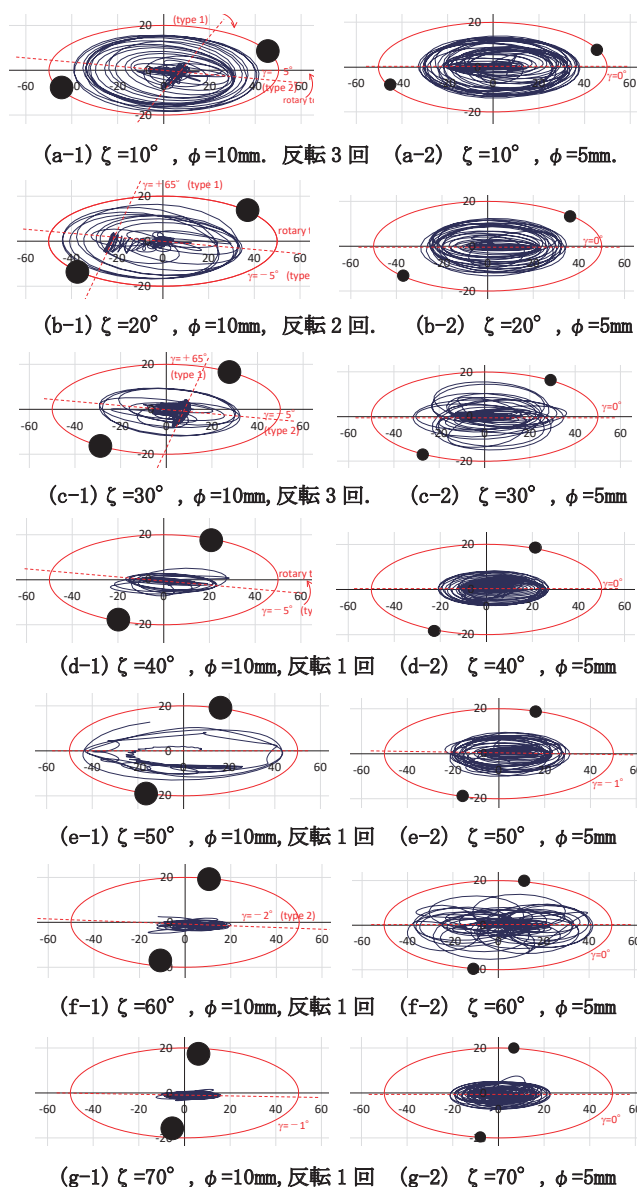


図 15 サイズ (50-20-10)、L 体強反転方向 (右回転) 開始時接点軌跡リリース後全体。

$\zeta = 10^\circ$ から $\zeta = 40^\circ$ までのいずれにおいてもスピン反転は1回だけであった。リリース直後の接点軌跡が描く楕円渦巻は、 $\zeta = 40^\circ$ になっても楕円率は $\phi = 10\text{mm}$ の場合に比べて大きい。

3.6. R体における中心線角度 γ

図16 (a)～(d) は同じセルトのR体、重り径 $\phi = 10\text{mm}$ において、重りねじれ角 ζ を -10° 、 -20° 、 -30° 、 -40° と変えた場合のリリース後全体の接点軌跡である。図15のL体の場合と同様にリリース後からスピン反転1回目までの接点軌跡は楕円率の大きな楕円渦巻を描きながら徐々に半径が小さくなる。

重りねじれ角 ζ が大きくなるにつれて、リリース直後の接点軌跡の楕円形状が細長くなるのはL体の場合と同様である。また重りねじれ角 ζ が大きくなってリリース直後の楕円型接点軌跡の中心線角度 γ の値は $\zeta = 40^\circ$ まではほぼ $\gamma = 5^\circ$ であり、L体の場合の $\gamma = -5^\circ$ とはx軸に対して対称な楕円渦巻の接点軌跡を描いていることがわかる。

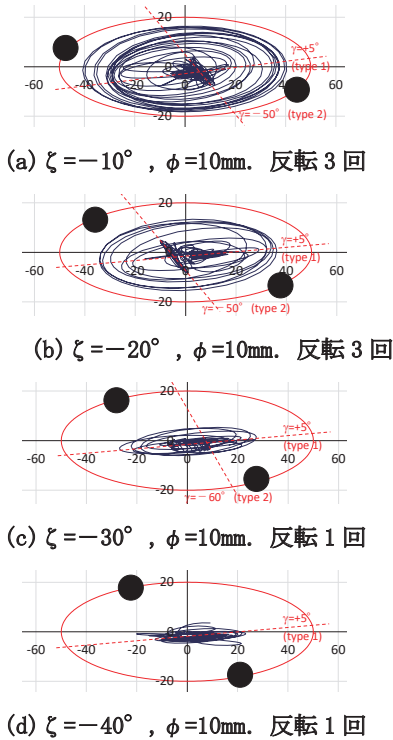


図16 $\phi = 10$ 、R体強反転方向（左回転）開始時の接点軌跡リリース後全体。図15の(a1)～(d1)と比較するとx軸に対して対称な形状の接点軌跡を描いている。

3.7. 弱反転方向開始時の接点軌跡形状

図17は弱反転方向開始時の接点形状をL体とR体で比較した図である。重りねじれ角 ζ を 10° から 40° まで変えて測定した。いずれの場合もリリース直後の大きな楕円状の接点軌跡は出現しない。

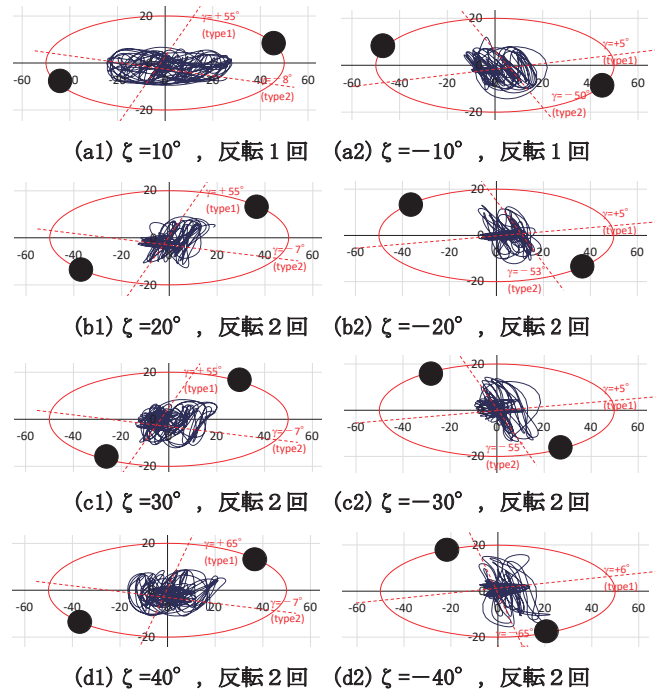


図17 弱反転方向開始時のL体とR体の接点形状比較。 $\phi = 10\text{mm}$ 、リリースから停止まで。

リリース直後に出現する大きな楕円形状の接点軌跡は強反転方向開始時に特有の現象であることが分かる。接点軌跡が大きな楕円形状を描いている時はロール振動とピッチ振動の両方が大きな振幅を持っているのであり、セルトは不安定な振動をしていると考えられる。

3.8. 接点軌跡中心線角度 γ と回転トルク

図18に接点軌跡中心線角度 γ と回転トルクとの関係を模式的に示した。L体であろうがR体であろうが、回転している方向とは関係なく、右回転トルク発生中は1型軌跡、左回転トルク発生中は2型軌跡を描く。1型軌跡を描くときはスピン角加速度 α_z は負であり、2型軌跡を描くときはスピン角加速度 α_z は正である。 γ の絶対値が小さい時、すなわちピッチ振動が支配的である時には強い回転トルクが働いている。 γ の絶対値が大きいとき、すなわちロール振動が支配的である時には弱い回転トルクが働いている。

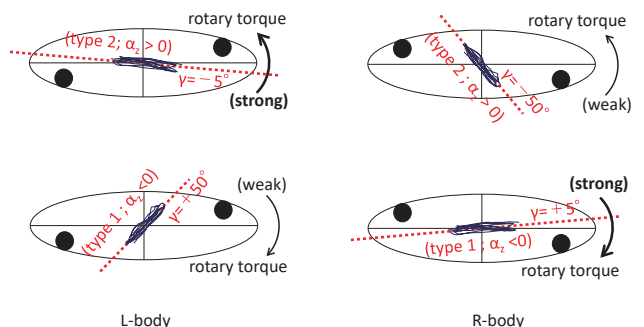


図18 接点軌跡中心線角度 γ と回転トルクの関係の模式図。

4. まとめ

慣性計測装置 (IMU) を利用して運動座標系から見た接点軌跡を測定した。その結果、運動座標系におけるセルトの接点軌跡は、接点軌跡の中心線角度 γ が正の場合の「1型軌跡 (type1)」と γ が負の場合の「2型軌跡 (type2)」に分類できることが判明した。接点軌跡の形状はスピン角速度 ω_z の正負 (すなわち回転方向) と対応しているのではなく、スピン角加速度 α_z の正負 (すなわちトルクの方向) と対応していることが判明した。L 体であろうが R 体であろうが、回転方向とは関係なく 1 型軌跡の場合にはスピン右回転トルクを発生し、2 型軌跡の場合にはスピン左回転トルクを発生している。

さらに強反転方向からスピン回転を開始した場合、リリース直後の接点軌跡は楕円形状を有し、重りねじれ角 ζ が増加するにつれて細長い形状になることも見出した。L 体と R 体のいずれの場合も、弱反転方向からスピン回転を開始した場合には、リリース直後の大きな楕円状の接点軌跡は出現しない。

謝 辞

実験に使用したサイズ (50-20-10) の PA12 製セルトは 2022 年度広島工業大学卒業生である樽井駿氏が在学中に形状設計し、作製したものである。実験用サンプルの保全に協力いただいた樽井氏に感謝いたします。

文 献

- [1] J. Walker, "The mysterious "rattleback" : a stone that spins in one direction and then reverses," Scientific American, pp.172-184, Oct. 1979.
- [2] G. T. Walker, "On a Curious Dynamical Property of Celts," Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, vol.8, pt.5 (1895) pp. 305-306.
- [3] V. P. Zhuravlev and D. M. Klimov, "Global Motion of the Celt," Mechanics of Solids, vol.43, no. Issue 3, pp. 320-327, June 2008.
- [4] H. Takano, "Spin Reversal of a Rattleback with Viscous Friction," Regular and Chaotic Dynamics, vol.19, Issue 1 (2014) pp.81-99.
- [5] G. Kudra and J. Awrejcewicz, "Application and experimental validation of new computational models of friction forces and rolling resistance", Acta Mechanica, vol.226, Issue 9, pp 2831-2848, Sep. 2015.
- [6] A. Nanda, P. Singla, M. A. Karami, "Energy harvesting using rattleback: Theoretical analysis and simulations of spin resonance," Journal of Sound and Vibration, Volume 369, 12 May 2016, Pages 195-208.
- [7] Y. Kondo and H. Nakanishi, "Rattleback dynamics and its reversal time of rotation", Phys. Rev. E 95, 062207 - Published 12 June 2017.
- [8] H. Moffatt and T. Tokieda, "Celt Reversals: A Prototype of Chiral Dynamics," Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect.A, 2008, vol.138, no.2, pp.361-368.
- [9] 小川陽弘, 大島裕子, セルトの研究, 可視化情報, Vol.19, No.74, pp.15-20, 1999.
- [10] 鬼追, セルトのスピン反転とカイラルやじろべえ, 広島工業大学紀要研究編, 第 53 巻 (2019), pp.117-123.
- [11] 鬼追, 半楕円体型セルトの主曲率とスピン反転回数に関する実験的特性, 可視化情報学会論文集, Vol.40, No.3, pp.1-8, 2020 年 3 月.
- [12] 西, 藏田, 山本, 鬼追, ジャイロセンサを用いたセルトの角速度特性解析, 2020 年度 (第 71 回) 電気・情報関連学会中国支部連合大会予稿集, R20-15-02-02, 2020 年 10 月 24 日.
- [13] 徳原, 橋元, 前田, 鬼追, 初期角速度制御したセルトの静止座標系におけるスピン反転角測定, 広島工業大学紀要研究編, 第 55 巻 (2021), pp.41-45.
- [14] 青山, 鬼追, 慣性計測装置によるセルトの自発的跳躍測定, 広島工業大学紀要研究編, 第 57 巻 (2023), pp.27-31.
- [15] WITmotion, BWT901Manual.pdf, <https://drive.google.com/drive/folders/17vcWAxMVuI3MwN1r1LpDS-p6UUPbq53j>.
- [16] 鬼追, セルト固定座標系におけるセルトと机との接点座標導出法, 広島工業大学紀要研究編, 第 59 巻 (2025), pp.53-60.