

# 露出柱脚付低層鋼構造物の地震時応答性状と柱脚挙動について

## その 5 柱脚の塑性回転量について

山西 央朗\*

(令和 4 年10月28日受付)

### A SEISMIC RESPONSE OF FRAME & COLUMN-BASE FOR LOW-RISE STEEL STRUCTURE WITH EXPOSED COLUMN-BASE part 5 - Plastic rotation of column-base

Teruaki YAMANISHI

(Received Oct. 28, 2022)

#### Abstract

Rotation of exposed column-base was important for seismic performance discussed in steel structure, and its value obtained from structural performance of 1st layer member, and story drift angle of 1st layer. Moreover, rotation of exposed column-base was affected by column axial force. Therefore, if each column position, column axial force differs, rotation of exposed column-base also differs.

In this paper, derive relation of rotation of exposed column-base and story drift angle. The following conclusions were drawn.

1. Explicit function & correlation curve of shown relation of rotation of exposed column-base and story drift angle.
2. Simplified formula shown for maximum rotation of column-base lower than story drift angle.

**Key Words:** exposed column-base, plastic rotation, story drift angle, evaluation value

#### 1 序論

露出柱脚の回転量（ベースプレート回転角）については、その 3 で追跡し、以下の特徴を有することを示している。

- i. 柱軸力による露出柱脚の構造性能の変化を追跡できない回転バネを用いた場合、ベースプレート回転角を追跡することが難しい。
- ii. 柱軸力による露出柱脚の構造性能の変化を予め回転バネに反映しておけば、ベースプレートの最大回転角を評価できる。

これらは、本研究テーマで一貫して提示している「露出

柱脚の構造性能（強度、剛性、履歴形状）が柱軸力から支配的な影響を受ける」ことに基因したものである。

これは、図 1 に模式的に示されるような結果として理解できる。側柱では、梁のせん断力差によって柱軸力が変動し、これに比例的に柱脚の曲げ耐力、回転剛性が増減することで弾塑性領域でベースプレート回転角が軸力変動を考慮しない場合（回転バネ）に比較して増減する。

このような挙動を追跡する為には、柱軸力の影響を考慮できる構造モデルを柱脚に与えて解析及び計算しなければならないが、一般的な解析および計算ソフトウェアでは柱軸力による影響を十分には表現できていない。但し一方で、層として挙動を追跡するためには上述のような検討は

\* 広島工業大学建築工学科 准教授

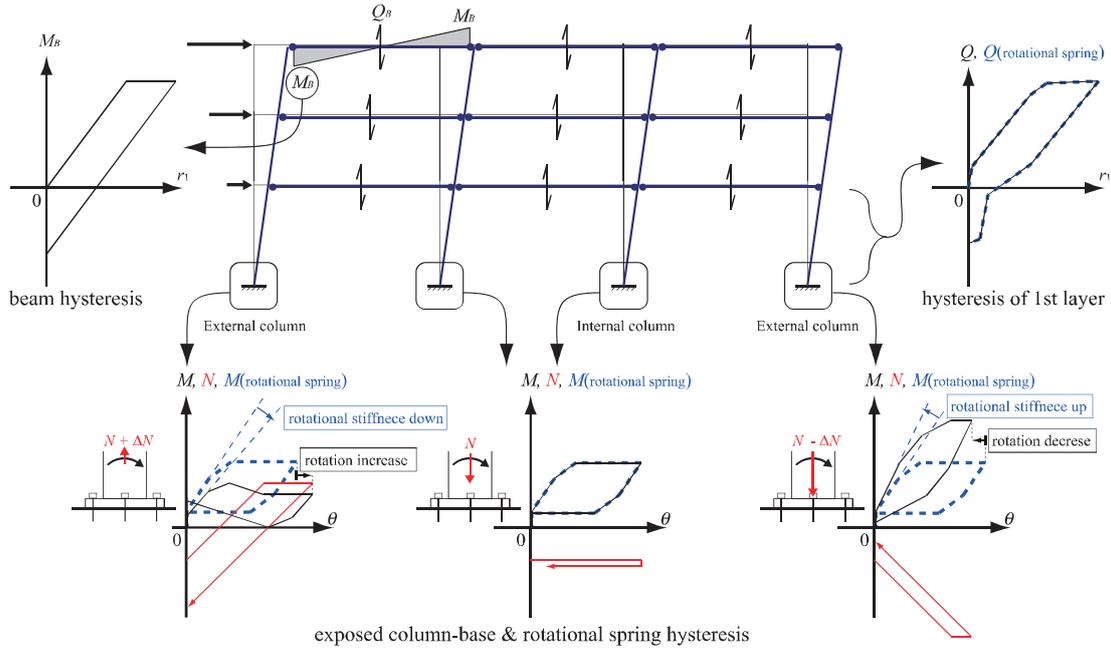


Fig.1 Frame response & restoring force characteristics of exposed column-base

必要としないことも知られている。

そこで、本論文では、層間変形角が既知（回転バネを用いた評価により）であることを前提条件として、その3及び既報の文献<sup>1)</sup>で提示したベースプレート回転角評価手法を体系的に纏め、またその適用範囲および評価の精度を検討することを目的とする。対象とする構造物は、本研究テーマで共通して扱っているものであるため、代表的な情報を付録にて紹介するに留める。

## 2 上下端部に回転バネを有する単一柱の定義

露出柱脚挙動を追跡するには、多層多スパンの平面架構の柱脚部分に柱軸力の影響を考慮できる構造モデルを設置しなければならない。しかしながら、このような構造モデルでは、弾塑性領域で挙動を追跡することが煩雑となる。

そこで略算解ではあるが構造物中の柱の変形状態を評価する集約モデルとして、図2に示すように両端部に回転バネを有する単一柱を用いるものとする。

ここでは、図3に示すように第一層柱を対象として、柱

周辺要素の抵抗を回転バネの曲げ耐力、回転剛性として表現する。まず、上端回転バネの回転剛性  $k_T$  は対象柱に直接取り付く梁の曲げ剛性を用いて以下のように表現する。

$$k_T = 3E \cdot \left( \frac{I_{b1}}{l_1} + \frac{I_{b2}}{l_2} \right) \quad (1)$$

ここに、 $EI_{b1}, EI_{b2}$ ：対象柱に直接設置された第一層上梁の曲げ剛性、 $l_1, l_2$ ：対象柱の左右スパンである。

また、上端回転バネの曲げ耐力  $M_{TY}$  は第一層上柱梁接合部における塑性ヒンジ形成状況に従い耐力を定める。本研究で扱う構造物においては以下となる。

$$M_{TY} = \frac{M_{b1-P} + M_{b2-P}}{2} \quad \text{：側柱（引張側）} \quad (2-a)$$

$$M_{TY} = M_{C-PC} \quad \text{：中柱，側柱（圧縮側）} \quad (2-b)$$

ここに、 $M_{b1-P}, M_{b2-P}$ ：対象柱に直接設置された第一層上梁の全塑性耐力、 $M_{C-PC}$ ：対象柱の全塑性耐力である。

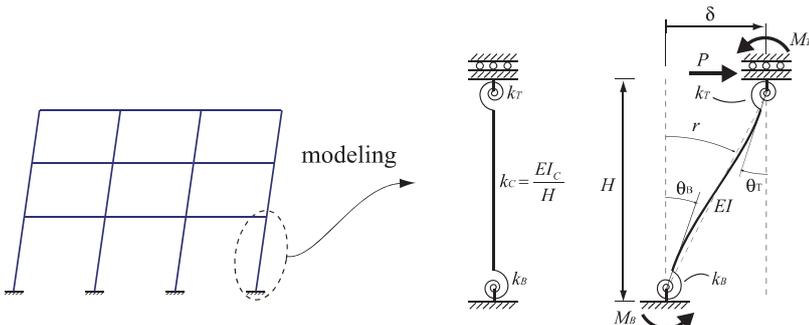


Fig.2 Abbreviated calculation model & geometry symbols

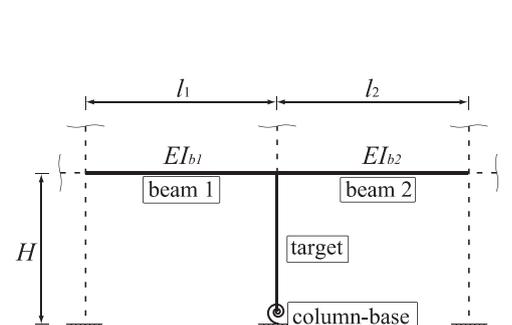


Fig.3 Target & beam

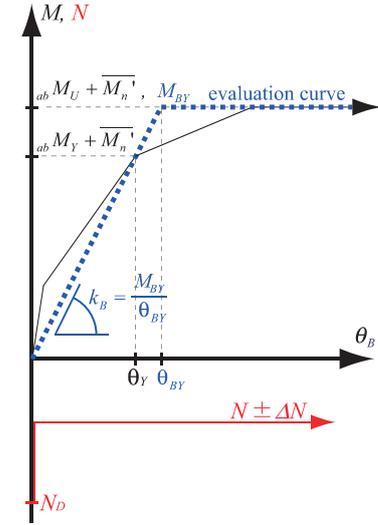


Fig.4 Bottom rotational spring curve

次に、下端回転バネの回転剛性及び曲げ耐力を定義する。柱下端には露出柱脚が設置してあり、この復元力特性を図4に示す。図1および序論にて示しているように、露出柱脚は柱軸力による影響を支配的に受ける。これを、随時追跡しながら評価することは容易ではない。そこで、柱脚にて予想される柱軸力の最大変動値 $\pm \Delta N$ を評価し、これによる影響を予め含めて回転剛性、曲げ耐力を評価するものとする。すなわち、下端部回転バネに用いる値は図4中の青破線として、これを表す各値は以下となる。

$$M_{BY} = {}_{ab}M_U + \overline{M}_n' = {}_{ab}M_U + (N \pm \Delta N) \cdot d_c \quad (3)$$

$$\theta_{BY} = \frac{{}_{ab}M_U + \overline{M}_n'}{{}_{ab}M_Y + \overline{M}_n'} \cdot \theta_Y \quad (4)$$

ここに、 $M_{BY}$ 、 $\theta_{BY}$ ：下端回転バネの曲げ耐力と降伏回転角、 ${}_{ab}M_Y$ 、 ${}_{ab}M_U$ ：付加曲げ抵抗を差し引いた露出柱脚の降伏および最大曲げ耐力、 $\theta_Y$ ：露出柱脚の降伏時回転角、 $\overline{M}_n'$ ：変動軸力を含めた柱軸力 $N \pm \Delta N$ による付加曲げ抵抗、 $d_c$ ：柱断面図心から接触反力の合力 $C$ 作用位置までの距離である。

### 3 ベースプレート回転角と層間変形角

ここでは、2章で定義した上下端部に回転バネを有する単一柱により得られる部材角＝第一層層間変形角 $r_1$ 、下端部回転バネの回転量 $\theta_B$ ＝ベースプレート回転角であるとして、それぞれの関係を以下に定義する。

まず、弾性域における単一柱の水平剛性は以下として定義できる。

$$K = \frac{12}{H^2} \cdot \frac{\frac{1}{k_C} + \frac{1}{k_B} + \frac{1}{k_T}}{\frac{1}{k_C^2} + \frac{1}{k_C \cdot k_B} + \frac{1}{k_C \cdot k_T} + \frac{12}{k_B \cdot k_T}} \quad (5)$$

また、モーメント容量 $P \cdot H$ と下端及び上端に作用する曲げ応力 $M_B$ 、 $M_T$ は以下の定義となる。

$$M_B = P \cdot H \cdot \frac{\frac{1/2 + 1}{k_C} + \frac{1}{k_T}}{\frac{1}{k_C} + \frac{1}{k_B} + \frac{1}{k_T}}, \quad M_T = P \cdot H \cdot \frac{\frac{1/2 + 1}{k_C} + \frac{1}{k_B}}{\frac{1}{k_C} + \frac{1}{k_B} + \frac{1}{k_T}} \quad (6-a, 6-b)$$

ここから、ベースプレート回転角 $\theta_B$ に着目して層間変形角 $r_1$ との関係を導出する。

$$\theta_B = 12 \cdot r_1 \cdot \frac{\frac{1/2 + 1}{k_C \cdot k_B} + \frac{1}{k_B \cdot k_T}}{\frac{1}{k_C^2} + \frac{1}{k_C \cdot k_B} + \frac{1}{k_C \cdot k_T} + \frac{12}{k_B \cdot k_T}} \quad (7)$$

ここで、弾性域における柱上下端の存在応力比 $r_E$ は、

$$r_E = \frac{M_T}{M_B} = \frac{\frac{1/2 + 1}{k_C} + \frac{1}{k_T}}{\frac{1/2 + 1}{k_C} + \frac{1}{k_B}} \quad (8)$$

となる。これと上下端回転バネ降伏耐力比 $r_P = M_{TY}/M_{BY}$ を用いれば、上下端回転バネの降伏順序を以下の定義で評価することができる。

$$\frac{r_E}{r_P} = \frac{M_T/M_B}{M_{TY}/M_{BY}} = \frac{M_{BY} + 2k_C \cdot \theta_{BY}}{M_{TY} + 2k_C \cdot \theta_{TY}} = 1.0 : \text{Type A} = \text{上下端同時降伏} \quad (9)$$

$$\frac{r_E}{r_P} = \frac{M_T/M_B}{M_{TY}/M_{BY}} = \frac{M_{BY} + 2k_C \cdot \theta_{BY}}{M_{TY} + 2k_C \cdot \theta_{TY}} > 1.0 : \text{Type B} = \text{上端先行降伏} \quad (10)$$

$$\frac{r_E}{r_P} = \frac{M_T/M_B}{M_{TY}/M_{BY}} = \frac{M_{BY} + 2k_C \cdot \theta_{BY}}{M_{TY} + 2k_C \cdot \theta_{TY}} < 1.0 : \text{Type C} = \text{下端先行降伏} \quad (11)$$

#### 3.1 Type A の履歴形状

図5にType Aの履歴形状を示す。第一折点以降は、傾きは1.0となる。

弾性域では、式(7)により $\theta_B$ を得ることができる。次に、第一折点および第一折点以後は以下の式で定義できる。

$${}^A r_{1st-B} = \frac{\theta_{BY}}{K_{1st}} \quad (12)$$

$${}^A \theta_{B-2nd} = \theta_{BY} + r - {}^A r_{1st-B} \quad (13)$$

#### 3.2 Type B の履歴形状

図6にType Bの履歴形状を示す。第一折点後は、 $k_T$

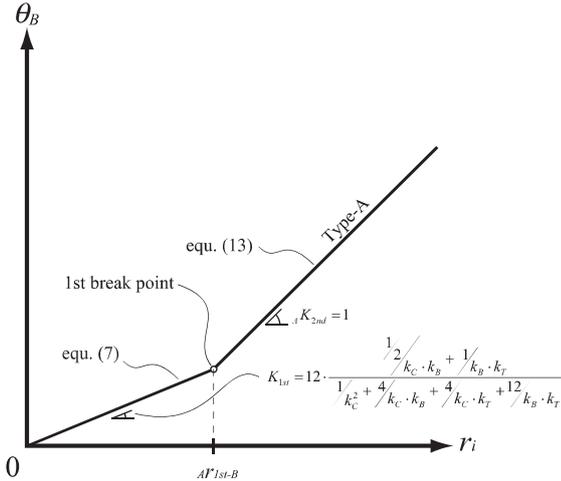


Fig.5 Hysteresis for Type A

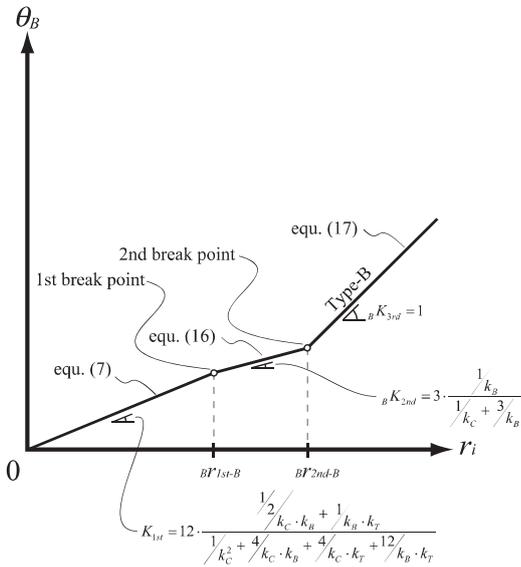


Fig.6 Hysteresis for Type B

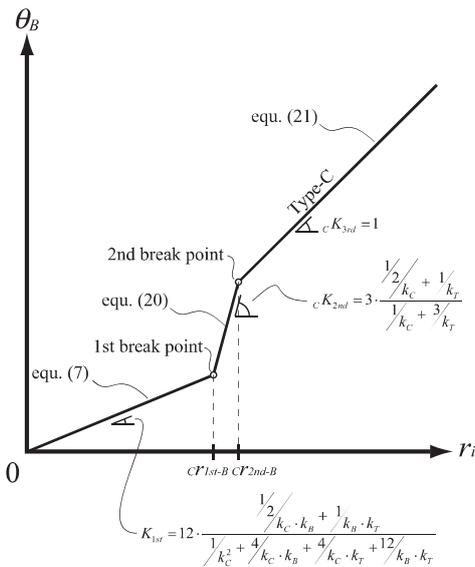


Fig.7 Hysteresis for Type C

= 0 として傾きを算出する。

弾性域では、式 (7) により  $\theta_B$  を得ることができる。次に、第一、第二折点および第一、第二折点以後は以下の式で定義できる。

$${}_B r_{1st-B} = \frac{\theta_{TY}}{K_{1st}} \cdot \left( \frac{k_T}{k_B} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{k_C} + \frac{1}{k_T} \right) \quad (14)$$

$${}_B r_{2nd-B} = \theta_{BY} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{k_C} \cdot (4M_{BY} - 2M_{TY}) \quad (15)$$

$${}_B \theta_{B-2nd} = \frac{M_{TY}}{k_B} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{k_C} + \frac{1}{k_T} + {}_B K_{2nd} \cdot (r - {}_B r_{1st-B}) \quad (16)$$

$${}_B \theta_{B-3rd} = \theta_{BY} + r - {}_B r_{2nd-B} \quad (17)$$

### 3.3 Type C の履歴形状

図 7 に Type C の履歴形状を示す。第一折点後は、 $k_B = 0$  として傾きを算出する。

弾性域では、式 (7) により  $\theta_B$  を得ることができる。次に、第一、第二折点および第一、第二折点以後は以下の式で定義できる。

$${}_C r_{1st-B} = \frac{\theta_{BY}}{K_{1st}} \quad (18)$$

$${}_C r_{2nd-B} = \theta_{TY} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{k_C} \cdot (4M_{TY} - 2M_{BY}) \quad (19)$$

$${}_C \theta_{B-2nd} = \theta_{BY} + {}_C K_{2nd} \cdot (r - {}_C r_{1st-B}) \quad (20)$$

$${}_C \theta_{B-3rd} = \theta_{BY} + {}_C K_{2nd} \cdot ({}_C r_{2nd-B} - {}_C r_{1st-B}) + (r - {}_C r_{2nd-B}) \quad (21)$$

### 3.4 Type D

柱降伏型となる場合を Type D として、以下に判定式およびベースプレート回転角を示す。

$$\frac{M_{BY}}{M_{PC}} > 1.0 : \text{Type D} = \text{柱降伏型} \quad (22)$$

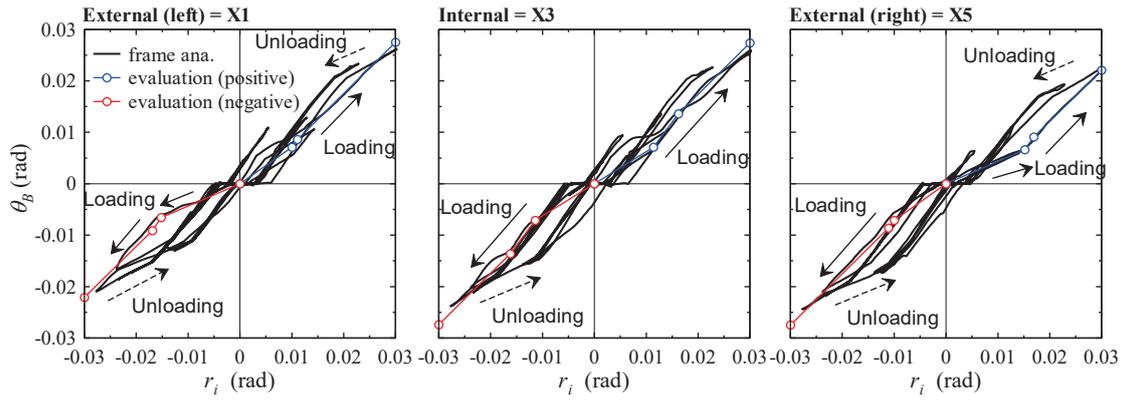
$$\theta_{B-\max} = \frac{M_{PC}}{k_B} \quad (23)$$

ここに、 $M_{PC}$ ：柱の全塑性耐力である。

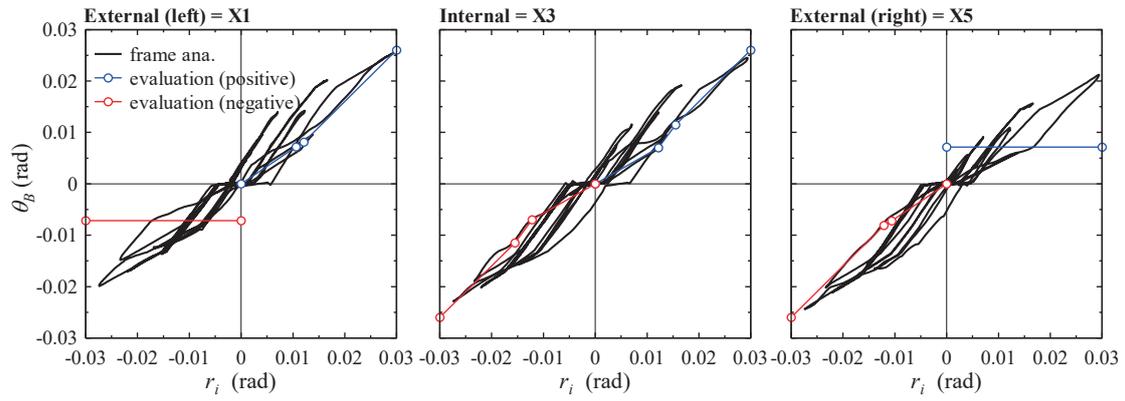
## 4 解析結果と計算値

図 8 にベースプレート回転角  $\theta_B$ -層間変形角  $r_i$  関係の代表値を、図 9 に評価値と解析値の比を示す。尚、図 8 には、3 章により定めた評価値の折れ線を併せて示している。また、図 8 (a) に、解析結果の載荷方向、除荷方向軌跡を矢印を利用して示している。

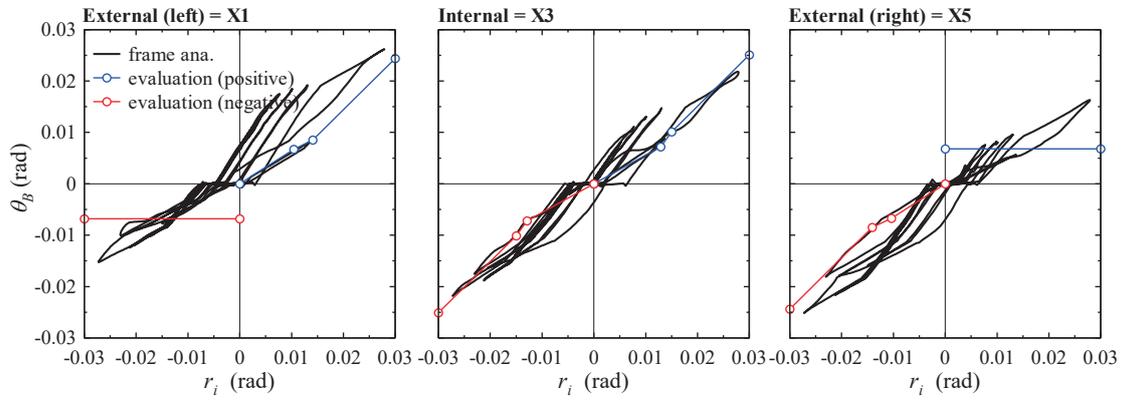
図 8 より、(a)、(g) においては、いずれの柱脚においても評価値の折れ線または最大値により、解析結果を追跡できていることが読み取れる。また、中柱においては



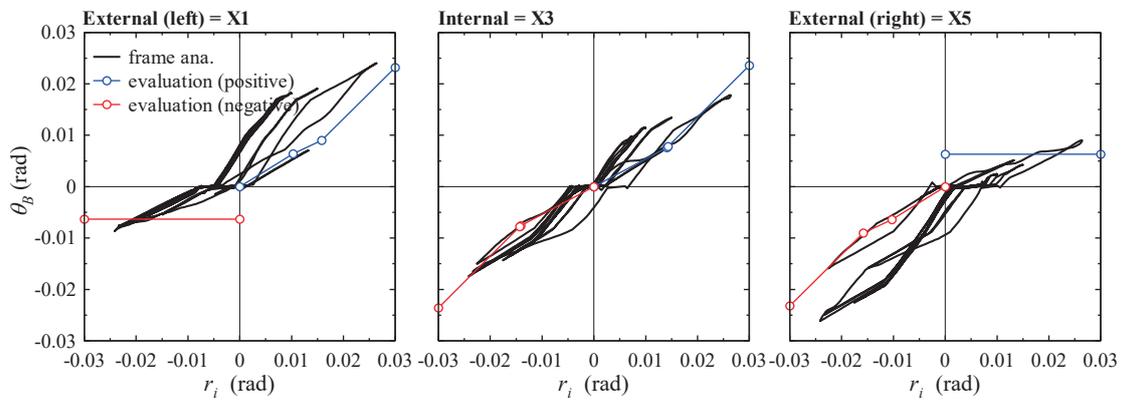
(a) Strength ratio of column & column-base = 0.7



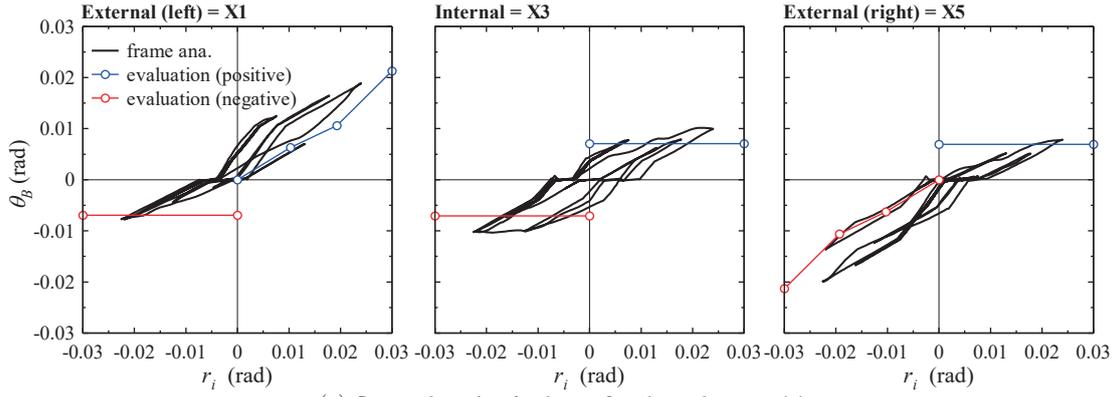
(b) Strength ratio of column & column-base = 0.8



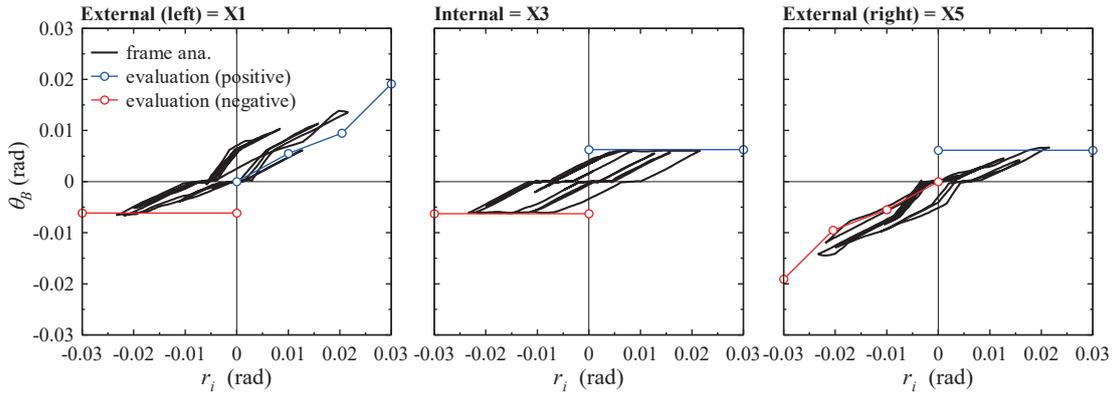
(c) Strength ratio of column & column-base = 0.9



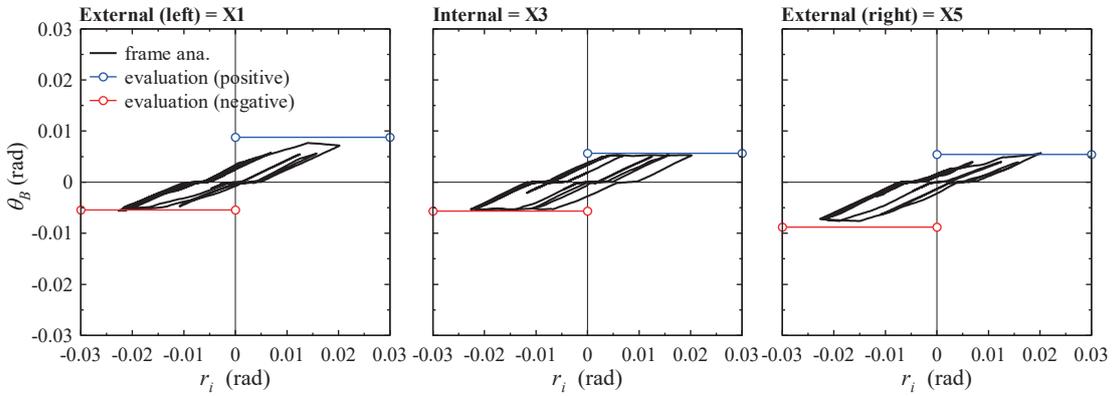
(d) Strength ratio of column & column-base = 1.0



(e) Strength ratio of column & column-base = 1.1



(f) Strength ratio of column & column-base = 1.2



(g) Strength ratio of column & column-base = 1.4

Fig.8  $\theta_B$ - $r_i$  relation with evaluation curve (E-L3-G)

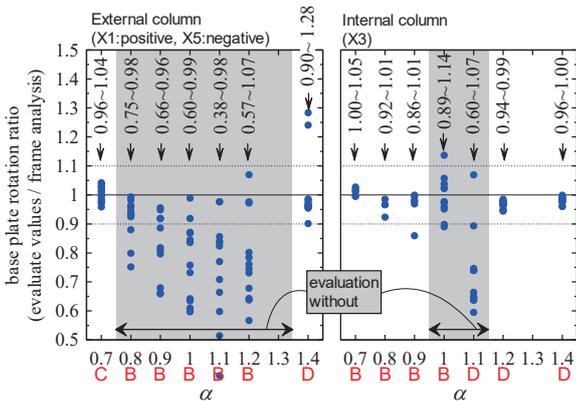


Fig.9 Evaluation / Frame analysis

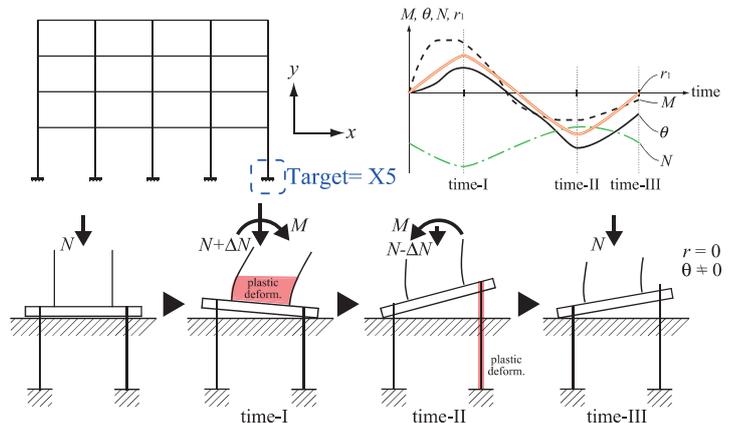


Fig.10 Image of yield element changed by variable axial force



には傾きが1.0となる。

すなわち、図12に示すように Type-A および Type-B では式 (24) を満足すれば、弾塑性域でも  $\theta_B < r_1$  が満たされることになる。

### 5.3 弾塑性域で Type-C となる場合

先ず、式 (24) を満足する。次に、図13に示すように Type-C は第一折点後に傾きが増大し、第二折点後に傾きが1.0となる。このため、第二折点が  $\theta_B = r_1$  の直線より下側に位置していれば、 $\theta_B < r_1$  が常に成立する。

従って、第二折点の座標を用いて条件は以下となる。

$$\theta_B \leq c r_{2nd-B}$$

$$\theta_{B-Y} + (R_Y - R_{B-Y}) \cdot \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{k_C + k_T}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{k_C + k_T}} + (R - R_Y) \leq \theta_{T-Y} \cdot \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{k_C + k_T}}{\frac{1}{k_T}} - \frac{1}{6} \cdot \frac{M_{B-Y}}{k_C}$$

where:  $k_T \cdot \theta_{T-Y} = M_{T-Y}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot M_{T-Y} \leq M_{B-Y} \quad (25)$$

### 5.4 解析結果を用いた検討

過去の解析結果においては、Type C となる場合であっても式 (25) を満足しない条件の変数は無かった。そこで、Type C になりかつ柱脚耐力が低い柱柱脚耐力比 0.7

のアンカーボルト降伏軸力のみ7割に低下させ、結果として柱柱脚耐力比0.5とした場合の解析を追加で行った（剛性は非調整である）。この結果を表1および図14に示す。

図14より、中柱および側柱で変動軸力が引張側に作用する場合（X1の正方向、X5の負方向）では、傾き1.0の緑実線よりもベースプレート回転角が大きい値を示している。次に、式 (24)、式 (25) を用いた判断を纏めた表1を見ると、図14と整合の取れた結果となっている。

以上より、 $\theta_B < r_1$  が成立するか否かを式 (24)、(25) により判断できることが分かった。

## 6 結論

構造物中における露出柱脚の塑性回転量について、単純な集約モデルを利用して層間変形角との関係式を導出した。また、簡易評価方法として層間変形角をベースプレート回転角として採用できる ( $\theta_B < r_1$ ) 条件を検討し、以下の知見を得た。

1. 層間変形角の従属関数としてベースプレート回転角を表現し、軌跡と評価式を定義した。得られた評価式を用いて、既報の解析結果を追跡した所、載荷時の軌跡を精度良く追跡でき、最大層間変形角を用いることで最大ベースプレート回転角を評価できることを示した。

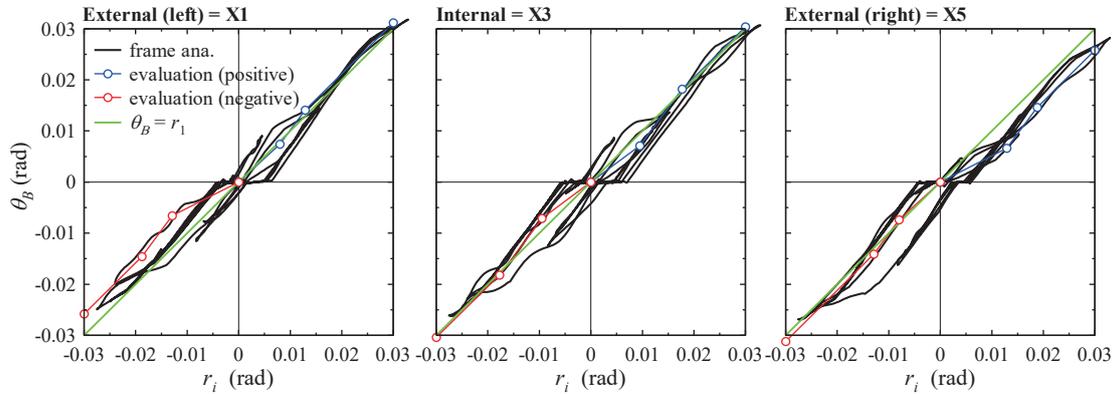


Fig.14  $\theta_B$ - $r_1$  relation with evaluation curve (E-L3-G, Strength ratio of column & column-base = 0.5)

Table 1 Determination for (E-L3-G, Strength ratio of column & column-base = 0.5)

	$k_C$	$k_T$	$k_B$	equation (24)		$M_{T-Y}$	$M_{B-Y}$	Type	equation (25)
	kN·m/rad	kN·m/rad	kN·m/rad	$\frac{2}{\frac{1}{k_C} + \frac{4}{k_T}}$		kN·m	kN·m		
X1-posi. X5-nega.	25,400	188,824	42,700	30,644	OK	814	316	C	NG
X3	51,000	377,648	154,000	62,723	OK	2,320	1,090	C	NG
X5-posi. X1-nega.	25,400	188,824	152,000	30,644	OK	1,380	1,010	C	OK

但し、随時降伏要素が変化する場合等には対応していない為、柱脚耐力比が1.0近傍は精度が極端に低下する。

- 2) 載荷時のベースプレート回転角が層間変形角よりも小さい値を示す条件を導出し、こちらも適切に判定できることを解析結果を用いて確認した。

参考文献

- 1) 山西央朗, 露出柱脚付鋼構造物の地震応答時における柱脚部存在応力と変形挙動—4層平面ラーメン架構の時刻歴応答解析結果に基づいて—, 日本建築学会構造系論文集, 第86巻, 第784号, pp.967-978, 2021. 6.

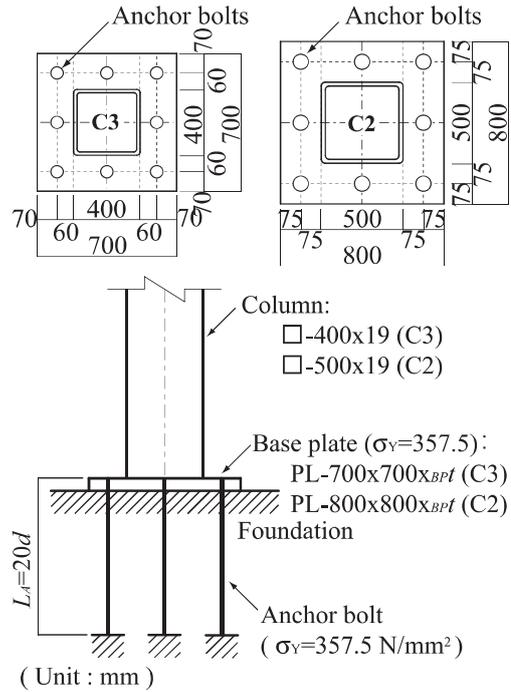
付録

本論文では、既報の研究<sup>1)</sup>における時刻歴地震応答解析の一部を用いて評価方法等の検討を行っている。詳細は省くが、対象構造物の代表的な情報を以下に記す。

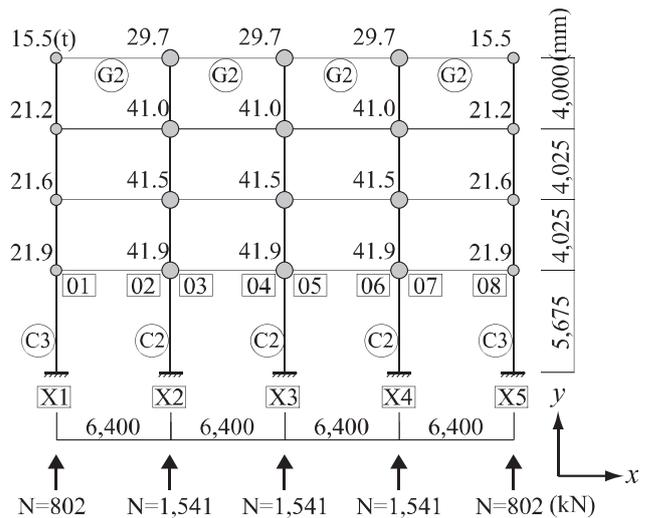
まず、構造物は図 A-1 (b) に示す 4 層 4 スパンとし、柱脚部に図 A-1 (a) のディテールを有する露出柱脚を設置する。また、露出柱脚はアンカーボルト、ベースプレートの寸法を調整して、表 A-1 に示すように柱に対して一定の耐力比を保持するように設計し、これを変数としている。表 A-2 に柱、梁の断面数法および降伏応力度を示す。

解析には、表 A-3 に示す水平および鉛直方向の加速度を与える。

最後に、露出柱脚における特徴である柱軸力による構造性能の変化を表現するため、図 A-2 に示す構造モデルを露出柱脚の位置に設置している。



(a) Ordinary shape of exposed column-base



(b) Frame detail with each location name

Fig.A-1 Analysis target frame

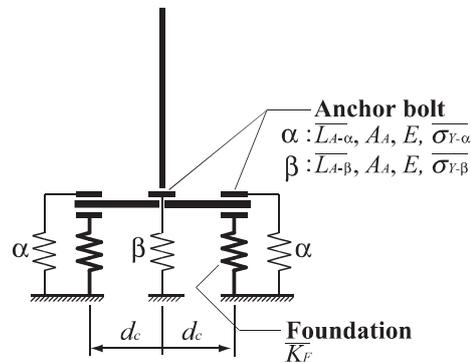


Fig.A-2 Each value with model

Tabel A-1 Strength ratio, each value for modeling, each strenght and stiffness for column-base

$\alpha$	column	Anchro bolt ( $A_f$ mm <sup>2</sup> )	$br^t$ mm	$d_c$ mm	$\overline{A}_F$ mm <sup>2</sup>	$\overline{\sigma}_{Y-\alpha}$ N/mm <sup>2</sup>	$\overline{\sigma}_{Y-\beta}$ N/mm <sup>2</sup>	$\overline{L}_{A-\alpha}$ mm	$\overline{L}_{A-\beta}$ mm	$M_U$ kNm	$K_A$ kNm/rad	$K_S$ kNm/rad	$K_n$ kNm/rad
0.7	C2	M45 (1370)	55	288	559	384	358	1,935	1,694	1,558	160,016	220,213	1,899,150
	C3	M42 (1180)	45	219	466	391	358	1,313	1,451	944	114,567	139,149	914,819
0.8	C2	M48 (1550)	60	293	428	382	358	1,827	1,660	1,770	193,548	254,215	1,500,035
	C3	M45 (1370)	50	223	346	389	358	1,455	1,471	1,081	121,515	142,745	702,182
0.9	C2	M48 (1550)	65	302	687	379	358	2,480	2,035	1,915	199,200	267,061	2,575,712
	C3	M48 (1550)	55	227	353	386	358	1,559	1,576	1,214	132,842	153,392	743,182
1	C2	M52 (1820)	65	299	579	379	358	1,976	1,997	2,145	221,433	283,519	2,110,061
	C3	M48 (1550)	60	235	348	379	358	1,576	1,642	1,327	142,414	164,760	791,895
1.1	C2	M56 (2140)	70	296	718	380	358	1,915	2,157	2,373	264,653	328,128	2,576,020
	C3	M52 (1820)	55	220	369	394	358	1,647	1,633	1,469	138,235	155,996	731,344
1.2	C2	M60 (2480)	75	298	890	381	358	1,950	2,384	2,604	304,970	368,815	3,221,503
	C3	M56 (2140)	60	220	386	396	358	1,605	1,709	1,610	164,496	181,822	766,009
1.4	C2	M64 (2850)	80	298	763	381	358	1,948	2,420	3,022	348,401	409,503	2,781,852
	C3	M60 (2480)	65	219	500	399	358	1,590	1,816	1,873	192,774	210,700	984,861

$$n_\alpha = 3, \quad n_\beta = 2, \quad E = 205,000 \text{ N/mm}^2$$

Table A-2 Member list of analysis target frame

(a) Coumn (BCP-325)

position-floor	section shaped (mm)	$E^*$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_Y$ (N/mm <sup>2</sup> )
G2 - R	H - 550 x 200 x 9 x 16	307,500	357.5
G2 - 4	H - 550 x 250 x 9 x 19	307,500	357.5
G2 - 3	H - 600 x 250 x 12 x 22	307,500	357.5
G2 - 2	H - 650 x 250 x 12 x 22	307,500	357.5

\*beam : Effect from concrete slub = 1.5 x E

(b) Beam (SN490B)

position-layer	section shaped (mm)	$E$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_Y$ (N/mm <sup>2</sup> )
C2 - 4	□ - 400 x 16	205,000	357.5
C2 - 3	□ - 450 x 19	205,000	357.5
C2 - 2	□ - 450 x 19	205,000	357.5
C2 - 1	□ - 500 x 19	205,000	357.5
C3 - 4	□ - 350 x 16	205,000	357.5
C3 - 3	□ - 350 x 16	205,000	357.5
C3 - 2	□ - 400 x 19	205,000	357.5
C3 - 1	□ - 400 x 19	205,000	357.5

Table A-3 Acceleration list

code	earthquake	direction	max. acc. gal	note
E-L2	El Centro	NS	510	for 50 kine
H-L2	Hachinohe	EW	239	for 50 kine
T-L2	Taft	EW	492	for 50 kine
B-L2	BCJ-L2	-	356	-
E-L3	El centro	NS	765	for 75 kine
H-L3	Hachinohe	EW	359	for 75 kine
G	Gravity	UD	981	constant