

初期角速度制御したセルトの静止座標系におけるスピン反転角測定

徳原 雅之・橋元 滉太・前田 仁・鬼迫 一雅*

(令和2年10月30日受付)

Spin Inversion Angle Measurement in the Stationary Coordinate System of Celt with Controlled Initial Angular Velocity

Masayuki TOKUHARA, Kota HASHIMOTO, Jin MAEDA and Kazumasa KIOI

(Received Oct. 30, 2020)

Abstract

セルトの初期角速度（初速）が変わっても、反転するまでの回転角（反転角）は変化せず一定であることが理論的に示されている [7]。しかし実験では確認されておらず実験的検証が望まれている。そこで我々はセルトの初速と反転角との関係の実験的検証を目指して実験系の構築を行った。初速の制御のために、新たにランチャーおよびランチャー駆動装置ならびに初速制御装置の開発を行った。またスピン角速度の解析にはフリーソフトの kinovea を用いて静止座標系動画像から解析を行う方法を採用した。これらにより、初速制御されたセルトの静止座標系におけるスピン反転角測定が可能になった。測定の結果、短周期角速度変動を伴ってスピン反転する様子を捉えることができた。

Key Words: celt, rattleback, wobble stone, angular velocity

1. はじめに

セルト (celt) はコマの一種で、Figure 1 のように形状主軸と慣性主軸がずれた舟形の科学玩具である。ラトルバック (rattleback) あるいはウォブルストーン (wobblestone) とも呼ばれる。机などの水平で滑らかな平面上で回転させるとガタガタと振動し、やがて逆方向に回転する。一見すると角運動量保存則を破っているかのように見える不思議な運動をする玩具である。

最初に考古学者が古代の遺跡から見つけ、石斧を意味するセルトと名付けた [1]。一般向けの日本語解説としては物理学者の戸田盛和が「おもちゃの科学」という書籍 [2] の中において「あっち回りが好きな石」という見出しで紹介している。

剛体の運動は力学的には複雑な問題であり、コマのような滑らかな運動でない限り数理的な解析は容易ではない。

セルトは単純な構造ではあるが、単純な回転運動から少しだけ外れた奇妙な運動をするので、解析対象として興味を持たれてきた。

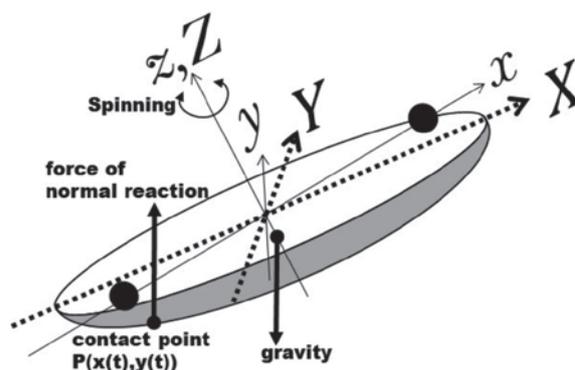


Figure 1 セルトの形状。慣性主軸と形状主軸がずれている。

セルトに関する研究は 100 年以上前から行われてきた [3]。2008 年には乾燥摩擦と接触面積に依存する効果を含んだ

* 広島工業大学情報学部情報工学科

理論 [4] が提案されるなど着実な進展がみられた。その後も現在に至るまで様々な研究がなされているが、種々の条件に対する詳細な振舞いについて実験的な特性は十分に検証されているとは言えない。

近年は3Dプリンタの普及により様々な形状のセルトサンプルを比較的安価に作製できるようになった。またIoT時代の到来によって小型マイコン等も入手が容易になった。更に動画像からの動体検知・軌道追跡などが容易に行える環境が整って来た。

セルトは例えば最初にz軸周りに時計回りの回転を与えると、しばらくして反転し、反時計回りの回転を開始する。形状やおもりの位置を変えると特性が変わる。筆者らは既に半楕円体型セルトの主曲率とスピン反転に関する実験的特性について報告している [6]。一方、2017年にKondoらによって、セルトが反転するまでの回転角は、初期角速度（以下初速と書く）が変わっても変化せず一定であることが理論的に示された [7]。ただしKondoらのシミュレーションでは摩擦は無いと仮定しており、また実験では確認されていない。

初速と反転までの回転角の関係を確かめるためには、初速を制御できる必要がある。これまでのセルトの実験では手で回していたため、初速を正確に制御できなかった。そこで我々は初速を正確に制御し、セルトの初速と反転までの回転角との関係の実験的検証を目指してセルトランチャーの開発を行ったので報告する。

初速を制御するために、新たにセルトランチャーを考案した。更にランチャー駆動装置によって正確に角速度を制御できるようにした。スピン角速度については静止座標系動画像からフリーソフトの kinovea を用いて求めた。

2. ランチャーおよびその駆動系開発

2.1. DCモータによる初速の制御

従来、手動で回転させていたセルトの回転速度を制御するための治具としてセルトランチャーを考案し、作製した。モータドライバTA729PからTAMIYA製ハイパワーギヤボックスHEを使ってDCモータ（260タイプ）を制御する。制御はESPr DeveloperをArduino化し、Arduino言語によってプログラムを作成した。

モータ駆動用電源はKIKUSUIのPMC18-2を使用した。減速比41.7:1で使用した。モータ電源電圧が5Vの場合、 $V_{ref} \sim 140$ 以下ではモータ（260タイプ）は回転しない。電源5.00Vのとき、OUT1-OUT2の電位差は、 $V_{al} = 1024$ のときに最大値3.08Vとなる。

2.2. ランチャーの作製

模型用のユニバーサルアームセットを利用してセルトランチャーを作製した。ランチャーは、Figure2上部のよう

に両側で固定するものと、Figure2下部のように片側だけで固定するものを作製した。ランチャー上部のナットによってDCモータにランチャーを装着することができる。Figure3はセルトにランチャーを取り付けた様子と、ランチャーをモータに装着してセルトをモータで回転させる時の様子を示している。



Figure 2 セルトランチャー。サイズ毎に作製する。両側ランチャー（上）と片側ランチャー（下）。

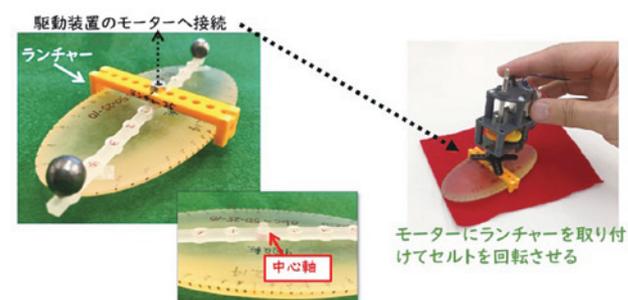


Figure 3 セルトランチャーのモータへの装着。

2.3. ランチャー駆動装置の作製

Figure4に試作したセルトランチャー駆動装置の外観を示す。ON/OFFスイッチ付きJST PH型2ピン延長ケーブルを介して単5型のアルカリ電池とモータとを接続している。初速制御を行う際は、中央上部の白のコネクタを初速制御装置に接続することで初速制御を行うことができる。

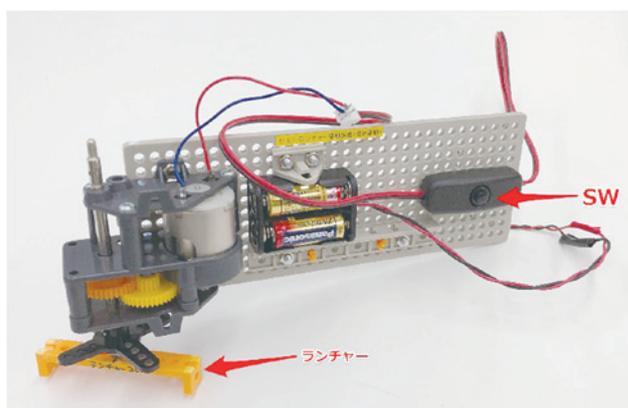


Figure 4 セルトランチャー駆動装置。単5電池でも駆動可能。別途作製した「初速制御装置」を接続して使用すると回転速度を制御できる。

2.4. ランチャー初速制御装置の作製

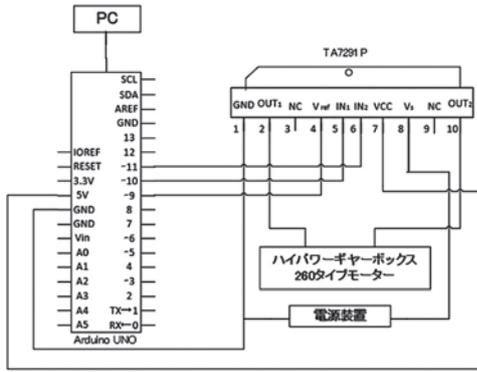


Figure 5 初速制御装置の回路図。Vref ≤ Vs.

初速制御装置は、Processing プログラムで作成した PC 上の入力ウィンドウで数値入力を行い、それを Arduino UNO を介してモータドライバ IC に送信して初速制御を行う。なお、回転方向の制御も Arduino IDE、Processing から送られてきた信号により制御を行う。ハイパワーギヤボックス (DC モータ) への電源供給は KIKUSUI 製 PMC18-2 (電源装置) からモータドライバ IC を介して供給している。本装置で電源装置から供給する電圧はすべて 5V に統一している。

Figure5 に今回作成した実験ボードの回路図を示す。モータへの電源供給は先述の通り電源装置からモータドライバを介し電源供給を行っている。Arduino UNO とモータドライバ IC への電源供給は PC から USB を介して行っている。制御信号は、Arduino UNO の 9 番ピン、10 番ピン、11 番ピンから、モータドライバの 4 番ピン、5 番ピン、6 番ピンにそれぞれ信号を送っている。Arduino UNO の 9 番ピンからモータドライバの 4 番ピンには回転速度調節の信号を送っている。10 番ピン、11 番ピンはともに、HIGH と LOW の信号を送る。この信号により、3.1.2 で述べている 4 つのモードの切り替えを行う。モードの切り替えについては、後の 3.4.3 にて述べる。モータドライバ IC に送られた信号は処理されたのち、モータドライバ IC の 2 番ピン (OUT₁)、10 番ピン (OUT₂) からハイパワーギヤボックスの制御を行う。

Table 1 初速制御装置の動作モード。

入 力		出 力		モード
IN1	IN2	OUT1	OUT2	
0	0	∞	∞	ストップ
1	0	H	L	CW / CCW
0	1	L	H	CCW / CW
1	1	L	L	ブレーキ

∞: ハイインピーダンス

Table1 に使用した TOSHIBA 製のモータドライバ IC [TA7291P] の動作モードを示す。最大出力電圧は 25V であり、最大電源電圧は 25V である。機能としては、正転

(CW)・逆転 (CCW)・ストップ・ブレーキの 4 モードとスタンバイ機能がある。(IN1, IN2)=(1, 0) のときに CW (ClockWise)、(IN1, IN2)=(0, 1) のときに CCW (Counter ClockWise) で動作するように作製した。

3. 初速制御装置の性能

初速制御装置 I/F への入力値とモータに印加されている電圧との関係を測定した結果を Figure6 に示す。モータ印加電圧はモータドライバの OUT₁ と OUT₂ に電圧計を接続し、直接測定した値である。

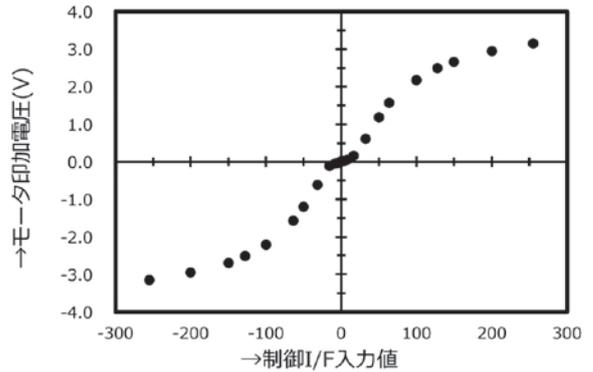


Figure 6 制御 I/F 入力値とモータへの印加電圧の関係。

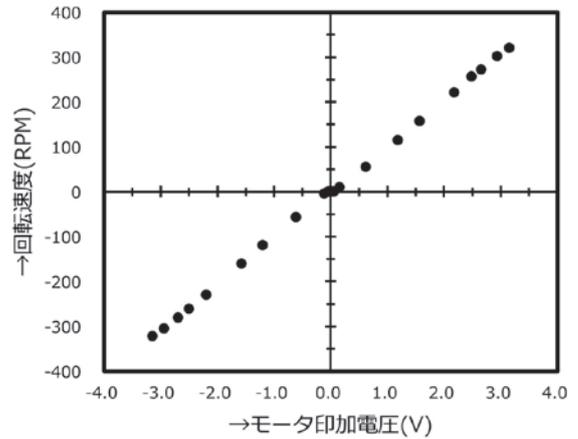


Figure 7 モータへの印加電圧と回転速度の関係。

また初速制御を行った際のモータ印加電圧と回転速度の関係を Figure7 に示す。この測定はモータの羽の部分に反射材を取り付け、デジタル回転計 GM8905 (以下、タコメータ) を使用して測定を行った。このタコメータの測定範囲は、25 ~ 99,999RPM であり、測定精度は 0.1RPM である。

強反転力が強いセルトは、ランチャー駆動装置で回転させようとすると強い反転力が働き、なおかつ大きくローリングするため、ランチャーとの固定が不安定になる。

楕円率 0.5 程度のセルトの場合にはローリングの角度が小さいので、ランチャーで回すことができるが、楕円率 0.3 程度になると横転してしまうことが多い。

4. スピン角速度の測定

スピン角速度解析実験は、PA12GB 製、長軸半径 a 、短軸半径 b 、極軸半径 c が $(a, b, c) = (50\text{mm}, 25\text{mm}, 10\text{mm})$ の半楕円体型を用いた。また重りは、ロッドねじれ角 $\xi = 10^\circ$ 、中心からの距離 $r = 50\text{mm}$ の位置に重さ $M = 4.37\text{g}$ の鉛玉を設置した。ステージには 3 ミリ厚のアクリル板を使用した。平面な机の上にアクリル板のステージを設置して、ランチャーで初期回転を与えて実験の様子を下からカメラで動画撮影する。各条件について 5 回の試行の平均値を求めた。その後、撮影された動画像から kinovea を用いて重りの中心座標の軌道追跡を行い、セルトの角度を追跡した。

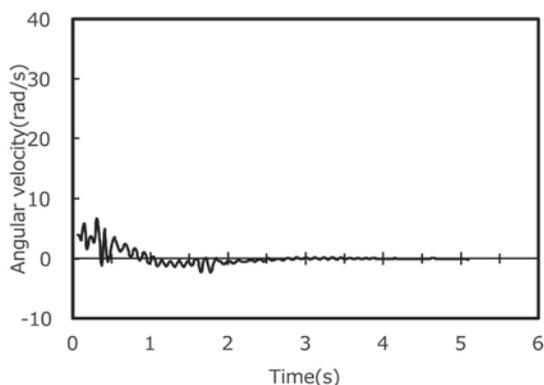


Figure 8(a) 角速度の時間変化(a) 初速4.29 rad/s (≈ 0.68 回転/秒)。

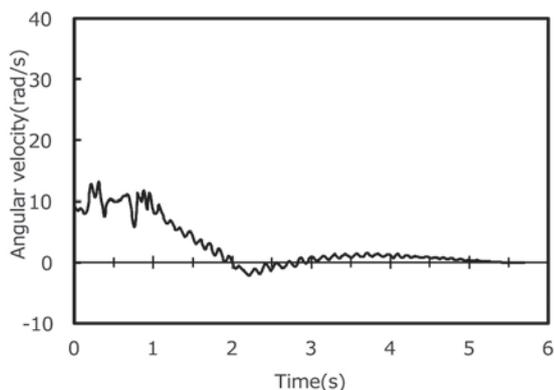


Figure 8(b) 角速度の時間変化(b) 初速9.69 rad/s (≈ 1.54 回転/秒)。

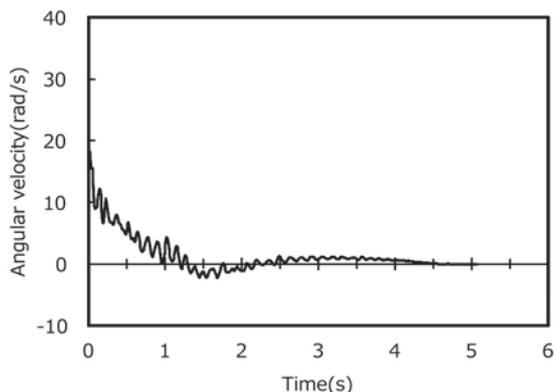


Figure 8(c) 角速度の時間変化(c) 初速15.24 rad/s (≈ 2.42 回転/秒)。

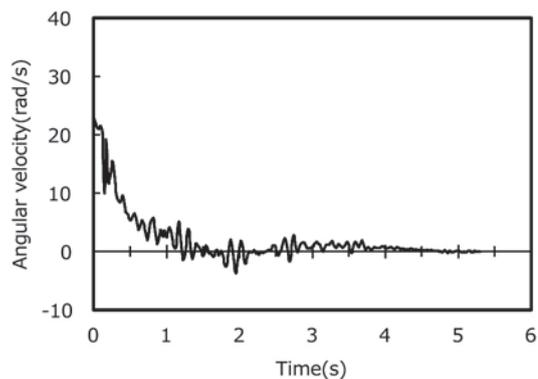


Figure 8(d) 角速度の時間変化(d) 初速20.5rad/s (≈ 3.26 回転/秒)。

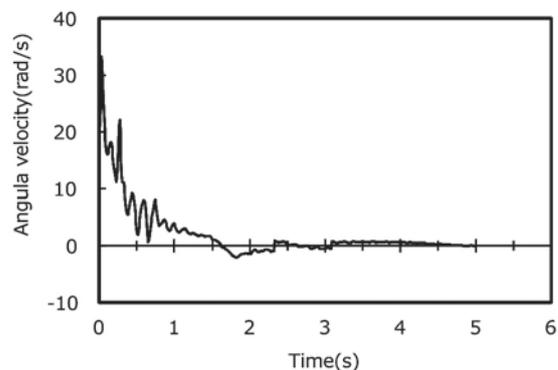


Figure 8(e) 角速度の時間変化(e) 初速31.74rad/s (≈ 5.05 回転/秒)。

kinovea で軌道追跡して得られた角度を算出し、角速度の時間変化を求めた。フレームレートが 30fps、60fps、120fps の動画を準備し、重りの座標の軌道追跡を行った結果、120fps を採用した。セルトの中心から 50mm の位置に設置された重りが初速 15rad/s で回転する場合、120fps でもフレーム間で重りは 6mm 程度移動する。60fps では 12mm 以上移動することになり、測定誤差が大きくなるだけでなく、自動での軌道追跡が困難となる。

Figure8 (a) から (e) はそれぞれランチャー駆動装置のモータへの入力電圧を 0.5V から 2.0V まで 0.5V 毎に変化させた場合のセルトの角速度の時間変化を示す。ランチャー駆動装置で与えた初速はそれぞれ、4.3rad/s、9.7rad/s、15.2rad/s、20.5rad/s、31.7rad/s である。短周期角速度変動を伴ってスピン反転する様子が捉えられている。スピン反転時に生じる微小スピン反転の様子も捉えた。初速が約 20rad/s (3.18 回転 / 秒) を超えると、セルトのピッチ振動とロール振動が激しくなるため、セルトのリリースをスムーズに行うことが困難になる。Figure8 (e) は初速 31.7rad/s、モータへの入力電圧 3.0V の場合のセルトの角速度変化である。セルトのリリース直後に 20rad/s 以下に急激に低下しているのはセルトがスムーズに切り離せていないためである。

今後は、この手法を用いて様々な形状のセルトについて

種々の条件下における角速度変化の測定を進めていく必要がある。

5. まとめ

セルトの初速と反転までの回転角との関係の実験的検証を目指して実験系の構築を行った。初速の制御のために、新たにランチャーおよびランチャー駆動装置ならびに初速制御装置の開発を行った。初速制御装置用として独自の制御系プログラム開発を行った。またスピン角速度の解析にはフリーソフトの kinovea を用いて静止座標系動画像から解析を行う方法を採用した。これらにより、初速制御されたセルトの静止座標系におけるスピン反転角測定が可能になった。測定の結果、短周期角速度変動を伴ってスピン反転する様子を捉えることができた。

文 献

- [1] Walker, J.: “The mysterious “rattleback”: a stone that spins in one direction and then reverses,” *Scientific American*, pp. 172-184, 1979.
- [2] 戸田盛和、おもちゃの科学 (6)、東京：日本評論社、1995.
- [3] Walker, G. T.: “On a curious Dynamical Property of Celts,” *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 第 8 巻, 第 PT. 5, pp. 305-306, 1895.
- [4] Zhuravlev, V. P. and Klimov, D. M.: “Global Motion of the Celt,” *Mechanics of Solids*, vol. 43, no. Issue 3, pp. 320-327, June 2008.
- [5] 鬼追一雅、“セルトのスピン反転とカイラルやじろべえ、” 広島工業大学紀要研究編、第 53 巻 (2019)、pp. 117-123.
- [6] 鬼追一雅、“半楕円体型セルトの主曲率とスピン反転回数に関する実験的特性、” 可視化情報学会論文集、Vol.40, No.3, pp.1-8, 2020 年, 3 月 31 日. DOI : 10.3154/tvsj. 40.1
- [7] Kondo, Y., Nakanishi, H.: “Rattleback dynamics and its reversal time of rotation,” *Phys. Rev. E*95, 062207 (2017), pp. 1-11.