

露出柱脚付低層鋼構造物の地震時応答性状と柱脚挙動について

——その3 回転バネを設置した場合——

山西 央朗*

(平成29年11月1日受付)

A SEISMIC RESPONSE OF FRAME & COLUMN-BASE FOR LOW-RISE STEEL STRUCTURE WITH EXPOSED COLUMN-BASE

—— part 3 Steel structure with rotational springs ——

Teruaki YAMANISHI

(Received Nov. 1, 2017)

Abstract

Exposed column bases employed in middle-rise steel structures can be designed and analyzed using simplified models of restoring force characteristics. The models are described with maximum bending strength and elastic rotational stiffness of the exposed column base, but without additional bending resistant capability of column axial force. This paper describes response analyses of structures with column bases of full and simplified models and the following conclusions are obtained.

The response results of the simplified models are in good agreements with those of the full models. The worst results are overestimated by 30%. Thus, simplified models can be used for rational design of steel structures.

Key Words: *exposed column-base, rotational spring, rotational stiffness, time history analysis, frame response*

1. 序 論

露出柱脚付低層鋼構造物の柱脚及び構造物全体挙動を検討するため、(その1)及び(その2)では露出柱脚挙動を再現可能なモデルを柱脚部に設置した架構の地震応答解析を実施した^{1), 2)}。実構造物中における露出柱脚挙動として、側柱では変動軸力により柱脚の降伏挙動の変化が生じる可能性があり、これを回避するためには解析対象とした4層架構においては接合部係数を1.4以上または、0.7以下にする必要があること、地震動鉛直成分が柱脚の崩壊状態に与える影響は少ないこと、変動軸力を加味してもラーメン架構の露出柱脚のアンカーボルトに作用する柱せん断力は小

さいこと、一般的な露出柱脚ディテールであれば固定端と見なせるだけの回転剛性を保持することは難しく、また、接合部係数の変化による構造物の最大層間変形角応答に与える影響は大きくないことを明らかにしている。このように、露出柱脚の存在応力や周辺の抵抗特性、全体応答等を明らかにしたが、一方で一般的な実務設計等においては、露出柱脚挙動を表現することを目的に曲げモーメントに対する回転挙動を示す“弾塑性回転バネ”が設置される。弾塑性回転バネ(以後、回転バネと記す)はスリップ型やフラグシップ型などの履歴形状と、柱軸力を考慮した曲げ抵抗力およびアンカーボルトの弾性伸びに基因した回転剛性が付与されている。

* 広島工業大学工学部建築工学科

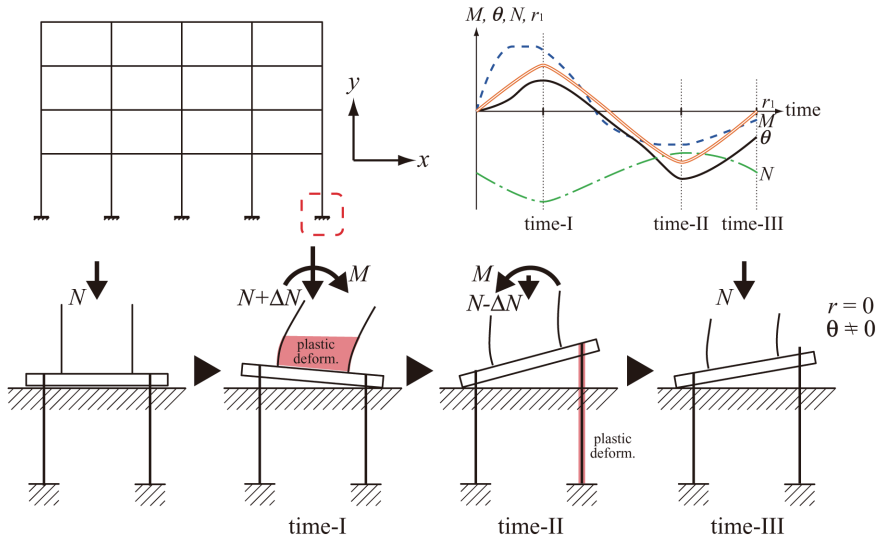


図1 軸力変動による露出柱脚部の降伏要素の変化 (柱脚位置: X5)

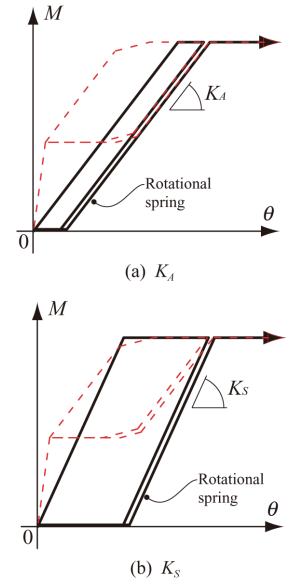


図2 回転バネの挙動

表1 露出柱脚の接合部係数, 最大耐力と各種回転剛性

α	column	M_U kNm	K_A kNm/rad	K_S kNm/rad
0.7	C2	1,558	160,016	220,213
	C3	944	114,567	139,149
0.8	C2	1,770	193,548	254,215
	C3	1,081	121,515	142,745
0.9	C2	1,915	199,200	267,061
	C3	1,214	132,842	153,392
1	C2	2,145	221,433	283,519
	C3	1,327	142,414	164,760
1.1	C2	2,373	264,653	328,128
	C3	1,469	138,235	155,996
1.2	C2	2,604	304,970	368,815
	C3	1,610	164,496	181,822
1.4	C2	3,022	348,401	409,503
	C3	1,873	192,774	210,700

表2 加速度リスト

code	earthquake	direction	max. acc. gal	note
E-L2	El Centro	NS	510	for 50 kine
H-L2	Hachinohe	EW	239	for 50 kine
T-L2	Taft	EW	492	for 50 kine
B-L2	BCJ-L2	—	356	—
G	Gravity	UD	981	constant

しかし、(その1)において示したように、図1のように正方向で柱軸力が圧縮方向に増分して柱材が崩壊、負方向で柱軸力が引張方向に増分して柱脚が崩壊する“崩壊機構

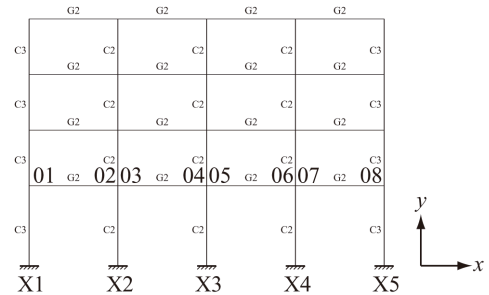


図3 解析モデル

の遷移”が生じる可能性があり、結果として、柱の塑性変形は正方向でのみ、柱脚の塑性変形は負方向でのみ進行し、繰り返し载荷時にそれぞれの向きに変形が累積しやすく、単調载荷的な一方の応答で得られる層間変形角と各要素(柱材、柱脚)の損初度が比例関係とはならない。従って、回転バネでは、この現象を表現できないため、特に側柱において崩壊機構や各要素の損傷度の精度が低下することが考えられる。

そこで、本報告では前報までの結果が露出柱脚付構造物が示す真の挙動である仮定して、回転バネを設置した場合の解析結果との比較・検討を行い回転バネの実用性、適用範囲や留意すべき事項などを考察する。

2. 回転バネの設定について

図2に回転バネの挙動を示すが、露出柱脚と同じ最大耐力 M_u 、アンカーボルトの弾性伸びに基因した回転剛性 K_A 、または原点とアンカーボルト初期降伏点とを結んだ割線回転剛性 K_S を弾性回転剛性としたスリップ型復元力特性を入力する。表1に当該回転バネに入力する具体的数値を、表2に入力する水平加速度を示す。また、図3に解析モデルを再度示す。

3. 回転バネによる再現性の検討

本章では、回転バネによる露出柱脚付低層鋼構造物挙動の再現性を検討するため、(その1)の結果(これをF-modelと記す)との整合性を議論する。各柱脚に対して図2に示す回転剛性・曲げ耐力を有する回転バネ(K_A, K_S)を設置する。また、応答結果はF-modelの値で無次元化し、

整合性を直接的に検討する。

応答結果として、図4~11に各接合部係数毎のベースプレート最大回転角、柱下端最大塑性率、梁端部最大塑性率、最大層間変形角分布のF-modelの値に対する比を示す。また、図12~15に代表的変数の柱脚曲げモーメント M -ベースプレート回転角 θ 関係、 θ 時刻歴、第一層の層せん断力 Q_1 -層間変形角 r_1 関係、 r_1 時刻歴を示す。

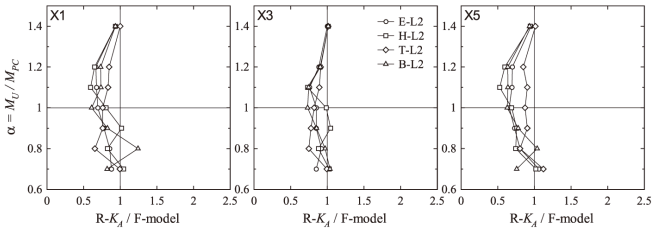


図4 K_A のベースプレート最大回転角比

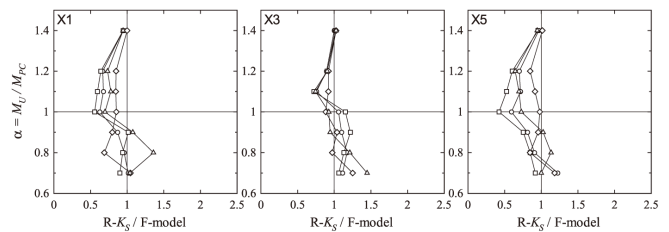


図5 K_S のベースプレート最大回転角比

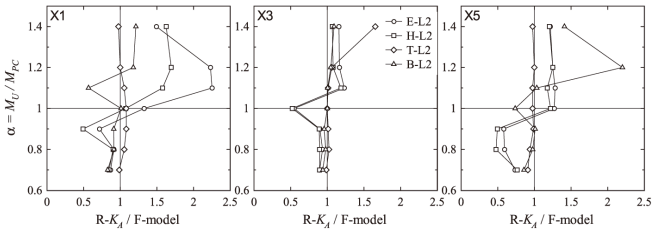


図6 K_A の柱下端部の最大塑性率比

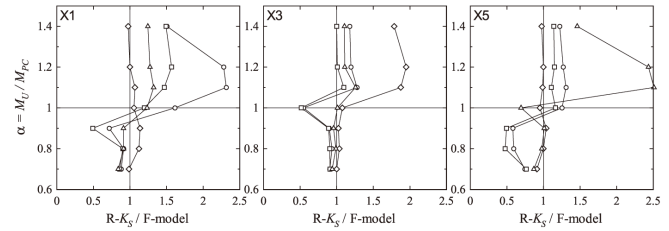


図7 K_S の柱下端部の最大塑性率比

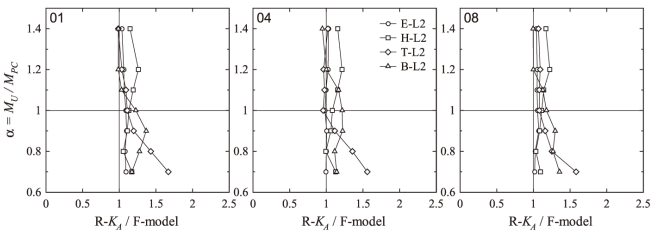


図8 K_A の第一層上梁の最大塑性率比

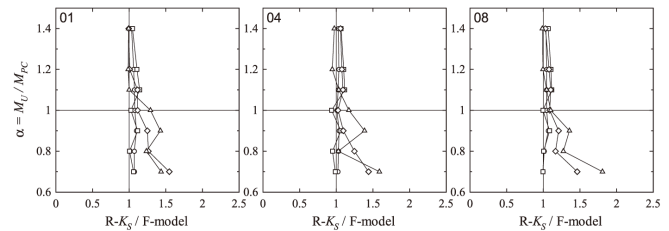


図9 K_S の第一層上梁の最大塑性率比

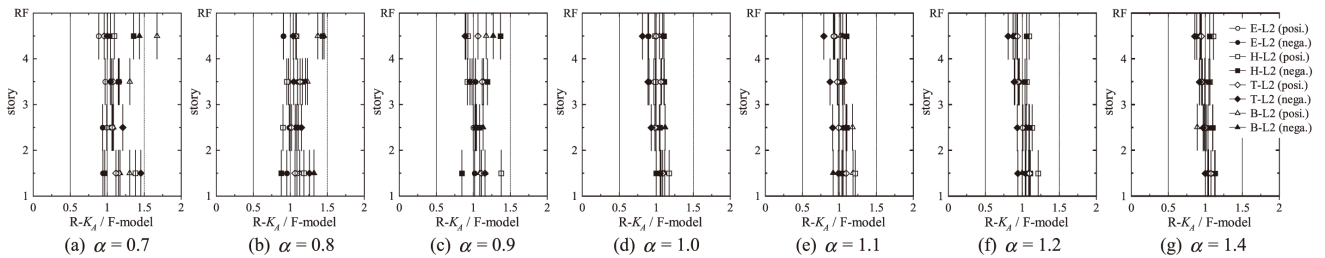


図10 K_A の最大層間変形角分布比

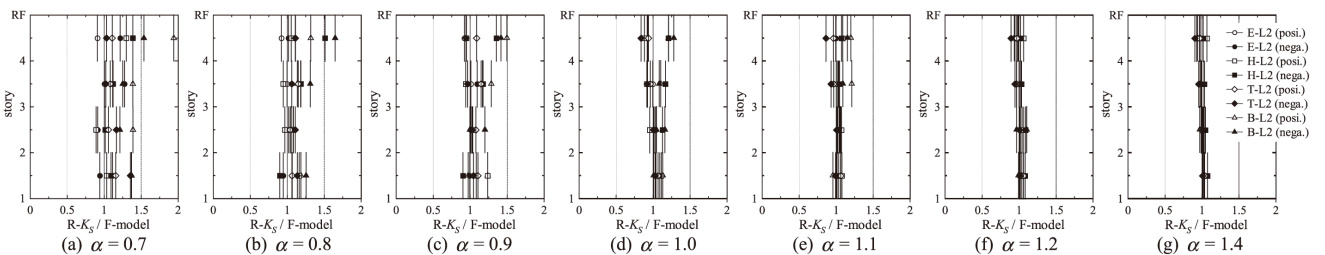
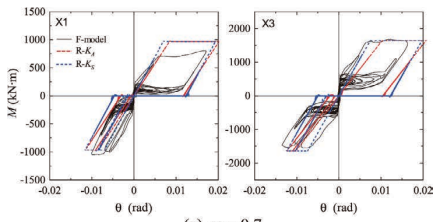
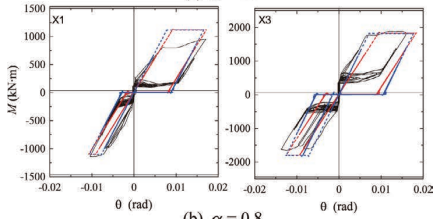


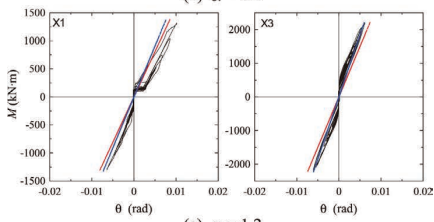
図11 K_S の最大層間変形角分布比



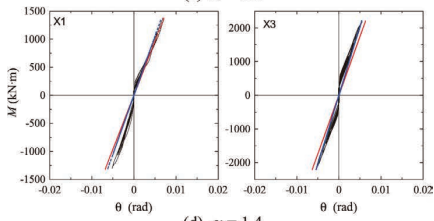
(a) $\alpha = 0.7$



(b) $\alpha = 0.8$

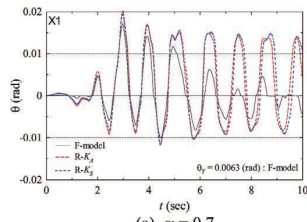


(c) $\alpha = 1.2$

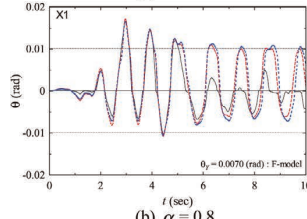


(d) $\alpha = 1.4$

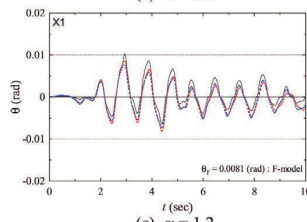
図12 M-θ 関係



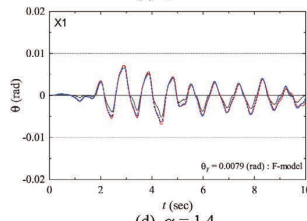
(a) $\alpha = 0.7$



(b) $\alpha = 0.8$

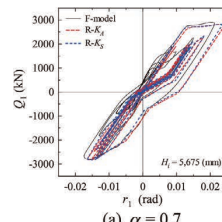


(c) $\alpha = 1.2$

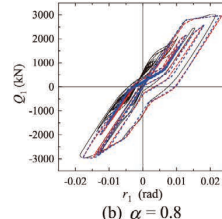


(d) $\alpha = 1.4$

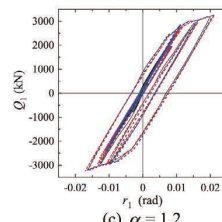
図13 θ 時刻歴



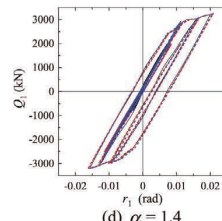
(a) $\alpha = 0.7$



(b) $\alpha = 0.8$

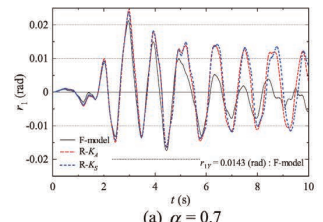


(c) $\alpha = 1.2$

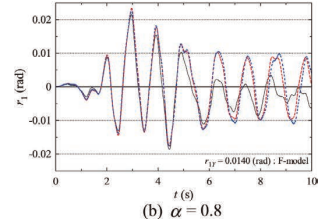


(d) $\alpha = 1.4$

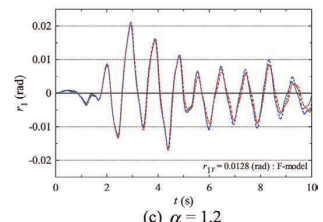
図14 Q-r 関係



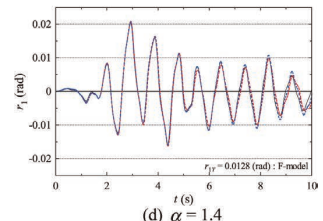
(a) $\alpha = 0.7$



(b) $\alpha = 0.8$



(c) $\alpha = 1.2$



(d) $\alpha = 1.4$

図15 r1 時刻歴

但し、履歴または時刻歴については K_A , K_S と F-model の結果を重ねて示し、時刻歴については El centro NS 波の主要動が現われる時間領域 (0s ~ 10s) のみを示している。また、柱脚、柱および梁の値については、代表的位置 (例えば、中柱については X3) のみを描画している。

図 4, 5 から、柱脚の応答は、X3 (中柱) の $\alpha=1.4$ 以外は多くが 1.0 未満の値を示して危険側の評価となっている。 K_S は K_A に比較して $\alpha=0.7$ で 1.0 を超過する結果 (安全側) が散見されるが、両結果とも全体の精度は低い。特に、回転バネでは X1, X5 (側柱) で生じる変動軸力の影響による柱脚抵抗力の増減および図 1 の挙動が再現できない (図 12 (a), (b) 参照) ため、側柱の $\alpha=0.8 \sim 1.2$ では著しく精度が低いものもある。

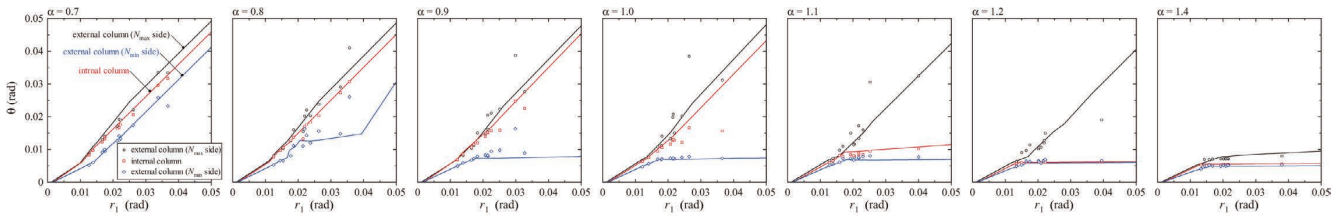
図 6, 7 から、柱下端部の応答は精度が低いものの、 $\alpha=1.4$ であればほぼ 1.0 を超過しており安全側の評価となっている。

図 8, 9 から、梁の応答は回転バネの種類によらずほぼ 1.0 以上の値を示し、かつ接合部係数が大きくなるほど精度が向上する傾向にある。これは図 10, 11 の最大層間変形角分布も同様である。更に、 K_S の結果のほうがやや精度が良い。但し、回転バネではスリップ区間 (アンカーボルトの

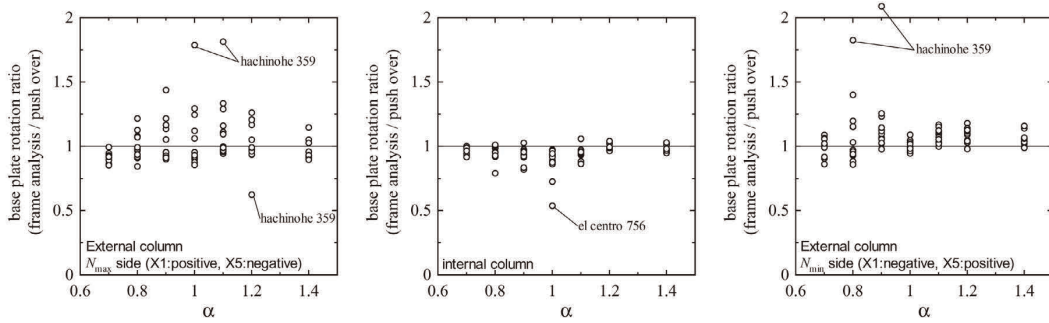
抵抗力が失われる領域) の抵抗力が 0 になり、柱軸力による付加曲げ抵抗力が再現できないため、接合部係数が 1.0 以下となり柱脚が主な降伏要素となる場合は最大層間変形角の精度が低下する。このことは、図 13, 15 から読み取ることができ、例えば、(a) $\alpha=0.7$ であれば最大応答を迎える 3 秒まではほぼ整合しているものの、柱脚が塑性化してスリップ区間の応答が支配的となる 6 秒以降は F-model に比較して極端に大きな応答を示したり、位相差が生じている。一方、(d) では、柱脚はほぼ塑性化していないため、終止整合している。

以上より、柱脚周りの応答は、柱降伏型とした中柱で図 1 の挙動が生じない場合については回転バネにより安全側に評価できる。しかし、本研究で取り扱った接合部係数の範囲では、全般的に精度は低く、更に、ベースプレート最大回転角についてはほぼ危険側の値を示している。このため、回転バネにより露出柱脚周りの局所応答を検討する場合は、柱降伏型として設計することが望ましい。柱脚降伏型として設計する場合は、柱脚周りの応答に十分な安全率を導入する、または特別な検討法を実施する必要がある。

一方、梁や全体応答については、回転バネを設置した場



(a) ベースプレート回転角 - 第一層層間変形角関係 (プッシュオーバー解析時曲線, ベースプレート回転角と層間変形角の最大値のプロット)



(b) プッシュオーバー解析時ベースプレート回転角に対する時刻歴地震応答解析時ベースプレート最大回転角

図16 第一層最大層間変形角と各柱脚の最大回転角の関係

合は F-model の値に対してほぼ 1.0 以上を示し、安全側に評価できる。更に、 K_S を用い、かつスリップ区間が現れない領域であれば精度良く ($\alpha=1.4$ の場合、梁 : 0.97 ~ 1.08, 層間変形角 : 0.91 ~ 1.07) 評価できる。

4. ベースプレート回転角の予測について

図16に F-model の第一層最大層間変形角と各柱脚の最大回転角の関係を示す。同図 (a) は、プッシュオーバー解析時の曲線と、時刻歴地震応答解析時の値 (最大層間変形角, 最大ベースプレート回転角) プロットしている (各層間変形角と回転角の最大値は、必ずしも同一タイミングで生じているものではない)。(b) は、時刻歴地震応答解析のベースプレート最大回転角を、プッシュオーバー解析の値 ((a) の曲線を用いて、最大層間変形角時の値を算出) で除した値の分布ある。尚、中柱については X2, X3, X4 共にほぼ整合が取れていた (剛床仮定成立, 中柱挙動が均等による) ため、代表値として X3 の値のみを示している。

図6より、中柱 (internal column) や接合部係数 $\alpha=0.7, 1.4$ のように崩壊要素の遷移が生じない場合は (b) の縦軸 1.0 以下の値を示す。一方、式 (2) に該当し、かつ引張軸力が作用する場合は柱の塑性変形によりベースプレート回転角が増大 (図1参照) するため、1.0 を大きく超過する値を示す傾向にある。入力エネルギーが大きく、繰り返し回数も多い hachinohe 359 で特に大きな値を取っており、一般的に、構造物損傷度の指標として用いられる最大層間変形角に対して側柱の露出柱脚応答が比例的ではないことを示している。

4.1 ベースプレート最大回転角の算定

ベースプレート回転角は図16より、中柱、側柱の接合部係数 $\alpha=0.7, 1.4$ ではプッシュオーバー解析での値と整合が取れていることが分かった。更に、6.2節より、第一層最大層間変形角については、回転バネを用いたモデルの値は実際の応答より過大になる傾向にあり、すなわち地震動に対する全体応答評価という観点から安全側の値を示すことがわかっている。しかし、図4, 5, 10, 11から el centro のように層間変形角の予測精度が高い場合 (応答の大きな波の入力数が少なく、再現性の低いスリップ区間における付加曲げ抵抗の影響が小さいことに基因する)、変動軸力が引張側に作用する柱脚のベースプレート回転角は低めに評価する傾向にあり、危険側の結果となる。

従って、側柱の接合部係数 $\alpha=0.7, 1.4$ という範囲において、以下の手順に従いベースプレート回転角の評価を試みる。

1. 露出柱脚に回転バネを用いたモデルにより各地震動に対する第一層最大層間変形角を抽出 :
2. 実際の挙動を再現するモデル (frame model) のプッシュオーバー解析モデルにより、図6 (a) の曲線を得る :
3. 1. の最大層間変形角に対応するベースプレート回転角を 2. の曲線より得る :

ここで、上記 2. の手順では F-model を構築する必要があり、一般的な設計に導入することは難しい。そこで、2. の手順に変わり図6 (a) の曲線を得る手法を以下に展開する。先ず、図17の上下端に回転バネ k_B, k_T を設けた第一層柱

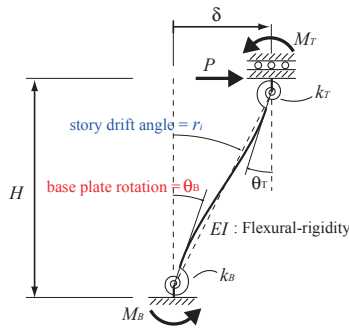


図17 ベースプレート回転角推定用モデル

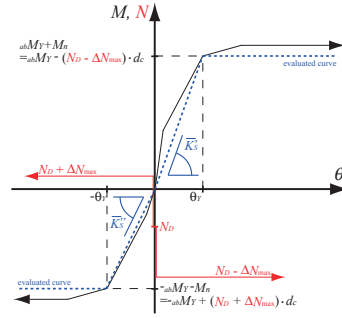
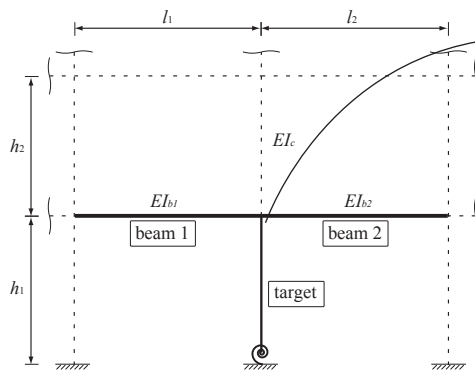


図18 露出柱脚挙動の簡易評価モデル

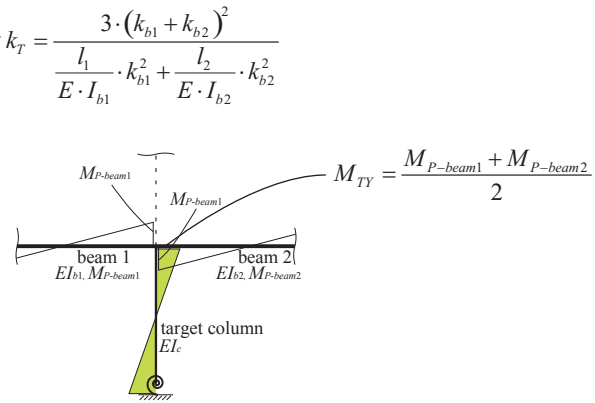
$$k_B = \frac{ab M_Y - (N_D \mp \Delta N_{\max}) \cdot d_c}{\theta_Y}$$

$$M_{BY} = ab M_Y - (N_D \mp \Delta N_{\max}) \cdot d_c$$

* $N_D, \Delta N_{\max}$: teinsile force is plus polarity



(a) 回転剛性抽出のための諸元



(b) 曲げ耐力抽出のための諸元

図19 第一層柱頭部回転挙動再現用の回転バネモデル

のを構築する。

4.1.1 柱脚部に設ける回転バネ k_B

k_B は以下の仮定を設けて特性を抽出する。

- i. 梁のせん断力に依存した変動軸力が生じる場合、柱軸力とベースプレート回転角は正の相関関係を持すが、簡単のために回転が生じた瞬間に軸力変動幅の最大値 ΔN_{\max} が作用するものとする。
- ii. 軸力が変化により柱脚が発揮する降伏耐力が変化しても、ベースプレート回転角は変化しないものとする。
- iii. 復元力特性は、付加曲げを含み、かつ降伏曲げ耐力と最大曲げ耐力で折れ点を有する multi-linear 型となるが、ここでは、降伏曲げ耐力と原点と降伏点を結ぶ割線回転剛性で表現される bi-linear 型を抽出する。

以上をまとめたものが図18である。同図中、赤-実線が

i. に従った軸力の挙動であり、また、iii. の復元力特性は青-破線で再現されている。

4.1.2 柱脚部に設ける回転バネ k_T

k_T は以下の仮定を設けて特性を抽出する。

- i. 層間変形に対する抵抗要素は、柱上部に直接取り付く梁の曲げ剛性とする。更に、当該梁の曲げ剛性は上下層の柱を支持するため、その拘束効果は上下柱に均等

に分配するものとする。

- ii. 梁崩壊形を形成する構造物では、崩壊時柱上部の曲げモーメントは接点振り分け法により算出する。
 - iii. 柱や梁材は、弾性剛性と全塑性耐力により再現された bi-linear 型の復元力特性を示すものとする。
- 以上をまとめたものが図19である。

4.1.3 ベースプレート回転角と層間変形角の関係式

以上の考えに基づき、 k_B, k_T, M_{BY}, M_{TY} を算出する。

図17の各要素が弾性である場合のベースプレート回転角に相当する θ_B と層間変形角に相当する r は、以下の関係を示す。

$$\theta_B = 12 \times \frac{\delta}{H} \cdot \frac{1}{k_B} \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{k_C} + \frac{1}{k_T}}{\frac{1}{k_C^2} + \frac{4}{k_C \cdot k_B} + \frac{4}{k_C \cdot k_T} + \frac{12}{k_B \cdot k_T}} \quad (1)$$

次に、各バネの降伏による折点を判断するため、上下端回転バネの耐力増分比 r_M 、降伏耐力比 r_{MY} を以下のように定義する。

$$r_M = \frac{\Delta M_T}{\Delta M_B} = \frac{1/k_B + H/2E \cdot I}{1/k_T + H/2E \cdot I}, \quad r_{MY} = \frac{M_{TY}}{M_{BY}} \quad (2)$$

更に、これら比を用いて、降伏時の状態を以下のように判断する。

$$\begin{aligned} \frac{r_M}{r_{MY}} &= 1.0 \\ \frac{r_M}{r_{MY}} &< 1.0 \\ \frac{r_M}{r_{MY}} &> 1.0 \end{aligned} \quad (3.a \sim c)$$

①式 (3.a) となる場合は第一折点で崩壊機構が形成されるので、 θ_B と r の増分比は以下で表現できる。

$$\Delta\theta_B = \Delta r \quad (4)$$

②式 (3.b) となる場合、弾性限界に達するときのベースプレート回転角 θ'_B , θ_B と r の増分比は以下で表現できる。

$$\theta'_B = \theta_{BY} = \frac{M_{BY}}{k_B} \quad (5.a)$$

$$\Delta\theta_B = \Delta r \cdot \frac{\frac{1}{k_T} + \frac{H}{2E \cdot I}}{\frac{1}{k_T} + \frac{H}{3E \cdot I}} \quad (6.a)$$

そして、崩壊機構が形成されるときベースプレート回転角 θ_U は以下で表現できる。

$$\theta_{BU} = \frac{M_{BY}}{k_B} + (M_{TY} - r_M \cdot M_{BY}) \cdot H \cdot \left(\frac{1}{k_T} + \frac{H}{2E \cdot I} \right) \quad (7.a)$$

なお、式 (7.a) の回転角以後、すなわち崩壊機構が形成された後の θ_B と r の増分比は式 (4) で算出する。

③式 (3.c) となる場合、弾性限界に達するときベースプレート回転角 θ'_B , θ_B と r の増分比は以下で表現できる。

$$\theta'_B = \frac{M'_B}{k_B} = \frac{M_{TY}/r_M}{k_B} = \frac{M_{TY}}{r_M \cdot k_B} \quad (5.b)$$

$$\Delta\theta_B = \Delta r \cdot \frac{\frac{1}{k_B}}{\frac{1}{k_B} + \frac{H}{3E \cdot I}} \quad (6.b)$$

そして、崩壊機構が形成されるときベースプレート回転角 θ_U は以下で表現できる。

$$\theta_{BU} = \theta_{BY} = \frac{M_{BY}}{k_B} \quad (7.b)$$

なお、式 (7.b) の回転角以後、すなわち崩壊機構が形成された後の θ_B と r の増分比は式 (4) で算出する。

ただし、柱が全塑性耐力に達するとベースプレート回転角は頭打ちとなるので、ベースプレート回転角の最大値は以下となる。

$$\theta_{B \max} = \frac{M_{CP}}{k_B} \quad (8)$$

4.2 結果と考察

ここまで展開してきたベースプレート回転角と層間変形角の関係式を吟味するため、図20に静的荷重増分解析 (frame ana.)、回転バネ K_A , K_S を適用した静的荷重増分解析 (R-spring K_A , K_S)、また、式 (1)~(8) の式を用いて得た (calcu.) ベースプレート回転角-第一層層間変形角関係を示す。

先ず、側柱の X1 については、frame ana. と calcu. の曲線がほぼ整合が取れており、一方、R-spring K_A , K_S は第一折点以降の整合が取れないものが多い。後者の結果は、軸力変動による柱脚曲げ耐力の変化を再現できていないことに基因する。このため、柱脚が弾性に納まる範囲の結果 ($\alpha = 0.7 \sim 1.2$ の弾性域, $\alpha = 1.4$ 全域) の整合は取れていると判断できる。

次いで、中柱の X3 については、 $\alpha = 1.1$ を除いていずれの結果もほぼ整合が取れている。 $\alpha = 1.1$ については、降伏~最大耐力の領域の挙動が支配的である一方、calcu., R-spring K_A , K_S 共に、復元力特性を bi-linear 型で再現しており当該領域の精度が低いことによる。

最後に、側柱の X5 については、frame ana. と R-spring K_A , K_S の整合は取れておらず、更に calcu. は全体的な形状は frame ana. と対応しているものの第一折点以降の整合は取れていない。これらもやはり、bi-linear 型で再現したことによる精度の限界が現れていると考えている。

以上より、ここで展開した calcu. により、X1 (変動軸力=引張方向) と X3 (中柱) は構造物中におけるベースプレート回転角を評価できることが明らかとなった。一方、X5 (変動軸力=圧縮方向) については、calcu. の整合が取れなかったが、X1 に比較して小さな値を示し、柱脚を代表する回転角として採用しないため、calcu. により合理的に評価できることが分かる。

ここで、

0. 図1の挙動が発生しない構造物を対象とする。
 1. 回転バネを用いた時刻歴応答解析を行い、第一層の最大層間変形角を抽出する (frame ana. に対して過大評価=安全側の値)。
 2. 式 (1) - (8) により構築した曲線を用いて、1. の層間変形角に対するベースプレート回転角を算定する。
 3. 側柱 (X1, X5) と中柱 (X3) の絶対値の最大回転角を、それぞれの柱脚最大回転角として採用する。
- という手順を用いて、本項の手法を吟味する。

frame ana に対する R-spring (K_S) の結果と評価値の比として、図22に層間変形角比分布、図23, 24にベースプレ

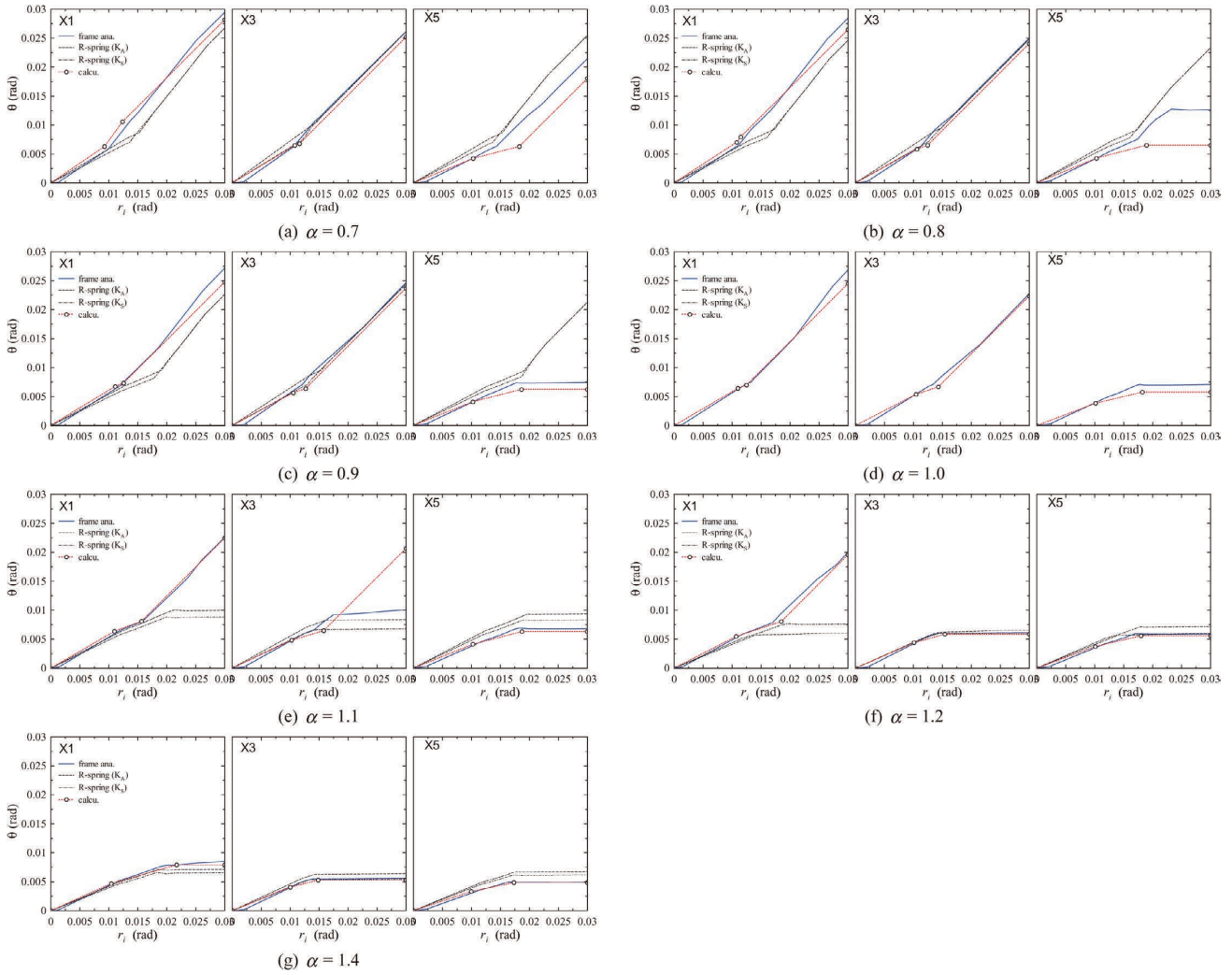


図20 ベースプレート回転角 - 第一層層間変形角関係

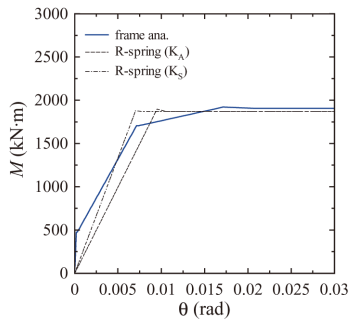


図21 $M-\theta$ 関係 ($\alpha=0.9, X3$)

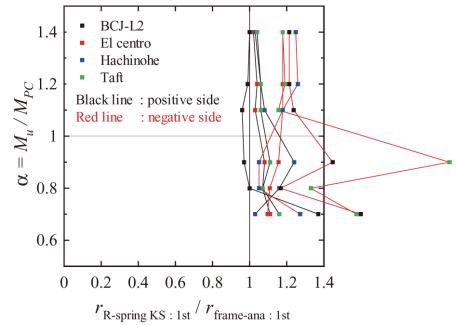


図22 層間変形角比分布 (R-spring (K_S) / frame ana.)

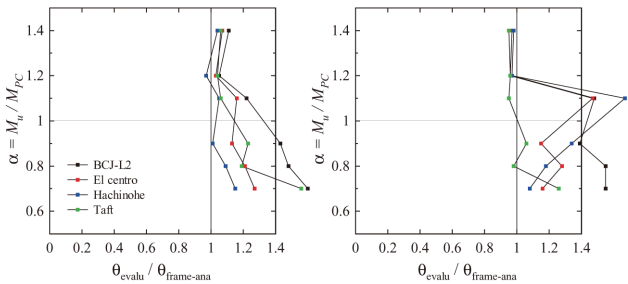


図23 ベースプレート回転角評価値の比 (evaluate value/frame ana.)

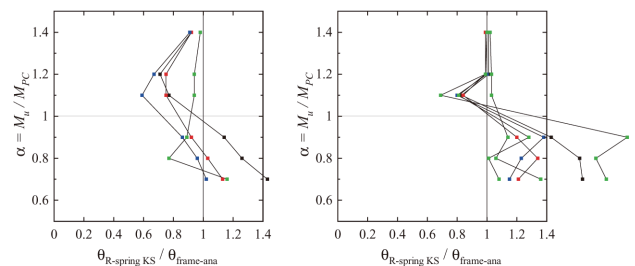


図24 ベースプレート回転角評価値の比 (R-spring (K_S) / frame ana.)

ト回転角分布を、それぞれ示す。図23より本項の対象領域に絞ってみても、図24に対して安全側となっている（ほぼ1.0を超過している）程度で、高い精度は得られていない。これらは、図22に示されるように層間変形角の精度が低いためである。

また、全体で見ても精度は低いが、calcuであれば1.0よりも上の値を示し、一方、回転バネを用いた側柱では、図12のように層間変形角が大きく生じて、図24の(a)にあるように1.0を下回る結果となっている。

5. 結 論

露出柱脚を回転バネにより表現した鋼構造物の時刻歴応答解析を実施し、応答結果および力学的釣り合い条件から、回転バネの再現性並びに留意点等を検討した。以下に、得られた知見をまとめる。

1. 回転バネを設置した解析では、柱脚周りの局所応答は実際の挙動を再現することは難しく、しばし危険側の評価（回転バネによる結果が小さい）となっている。但し、柱のみが降伏する中柱であれば安全側に評価できている。
2. 回転バネを設置した解析により、精度は低いものの第

一層上梁の局所応答および構造物の最大層間変形角分布は安全側に評価できている。更に、柱脚弾性回転剛性に割線回転剛性（原点と降伏点を結んだときの剛性）を用い、かつスリップ現象が現われなければ精度良く評価できる。

3. ベースプレート回転角の予測をするにあたって、図1の挙動が生じる場合、ベースプレート回転角を過大に評価する傾向にあるので、安全側の設計が可能である。しかし、回転バネを設置した場合には層間変形角の精度が得られない可能性があり、安全側にはなるが、回転バネを用いた解析の結果と比較して合理性が得られる結果にはいたらなかった。

文 献

- 1) 山西央朗：露出柱脚付低層鋼構造物の地震時応答性状と柱脚挙動について その1 地震応答解析結果，広島工業大学 紀要，第51巻，pp. 157-167，2017.2.
- 2) 山西央朗：露出柱脚付低層鋼構造物の地震時応答性状と柱脚挙動について その2 露出柱脚挙動の評価，広島工業大学 紀要，第51巻，pp. 169-176，2017.2.