広島工業大学紀要研究編
第 47 巻（2013）31–36
論　　　　　文

レンズ装荷ホーンで給電された鏡面修整形球面鏡アンテナの設計法

浦崎　修治*

（平成24年 9 月21日受付）

Design Method of a Reflector Shaping-Type Spherical Reflector Antenna fed by a Lens-Loaded Horn

Shuji URASAKI

(Received Sep. 21, 2012)

Abstract

Design method of a reflector shaping-type spherical reflector antenna having the sub-reflector and the additional reflector is reported. In the antenna, since the feed horn is placed between the sub-reflector and the additional reflector, ray blocking due to the feed horn arise.

In this report, design method of a reflector shaping-type spherical reflector antenna without ray blocking due to the feed horn is presented by replacing the feed horn and additional reflector to the reverse-side feed horn and the additinal lens, namely the lens-loaded horn.

Key Words: reflector antenna, aperture antenna, spherical reflector antenna, lens antenna

1．まえがき

図 1 に，点 C を中心とする球面鏡である主反射鏡，この主反射鏡開口面上で任意の電力分布を実現させる副反射鏡と補助反射鏡，および一次放射器であるホーンからなる鏡面修整形球面鏡アンテナ [(1),(2)] を示す。ここで，ホーンの位相中心を点 F_d としている。鏡軸に平行な光線が主反射鏡上の点 M へ入射した場合，主反射鏡から副反射鏡へ向かう光線 $\overline{MS}$，および副反射鏡から補助反射鏡へ向かう光線 $\overline{SD}$ のうち，ホーンによってブロッキングを受けることがある。

ここでは，図 2 に示すように，ホーンを逆方向に配置し，かつ補助反射鏡をレンズに置き換えて，ホーンによるブロッキングが回避できる設計法を報告する。ここで，

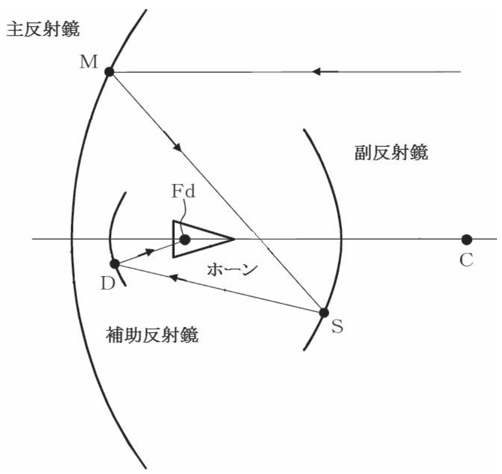

図 1　鏡面修整形球面鏡アンテナ

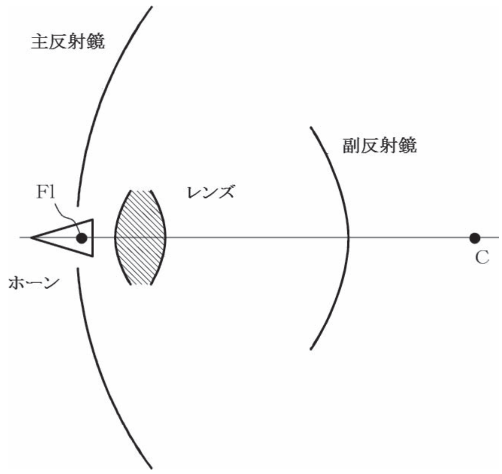

図 2　レンズ装荷ホーンで給電された鏡面修整形球面鏡アンテナ

* 広島工業大学工学部電気システム工学科

ホーンの位相中心が点 F_l へ移動している。したがって，図２のアンテナはレンズ装荷ホーンで給電された鏡面修整形球面鏡アンテナとなる。

２．置き換え法

図３（a）の反射鏡系において，鏡軸である Z_d となす角 θ の光線がホーンの位相中心 F_d から射出し補助反射鏡上の点 D へ向かい，次に，この点 D で反射して，開口面と点 $A(X_a,0)$ で交わるとする。ここで，開口面は焦点 F_d を含み Z_d と垂直な面とする。

鏡面修整の設計 [1] により，角度 θ に対する X_d 軸上の座標 X_a，光線 $\overline{DA}$ の傾き，および全光路長 $|\overline{F_dDA}|$ が決定されている。また，θ が零の場合，補助反射鏡の点 D_0 で反射した光線は開口面で点 F_d と交わる。この θ が零の場合における全光路長を初期値として与える。

図３（b）のレンズ系において，補助レンズの左側にホーンを配置して，ブロッキングを無くすことができる。ホーンの位相中心 F_l から角度 θ の光線が補助レンズの点 C，B で屈折して最終的に，開口面上の A へ向かうものとする。レンズ系への置き換え条件は次のようになる。

(1) 光線 $\overline{DA}$ の傾きと光線 $\overline{BA}$ の傾きを等しくする。
(2) 全光路長 $|\overline{F_dDA}|$ と全光路長 $|\overline{F_lCBA}|$ を等しくする。
(3) 点 B で透過した光線は開口面と点 A で交わる。

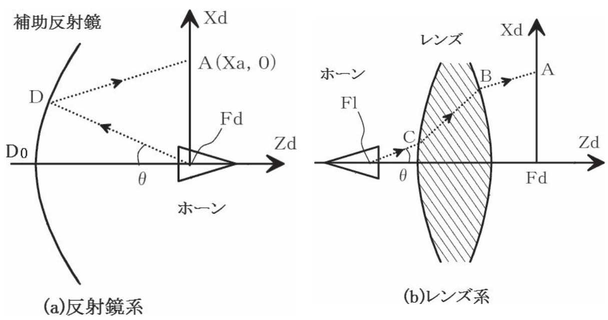

図３　置き換え法

３．屈折の法則

補助レンズの比誘電率を ε_r とする。図４のホーン側のレンズ表面上における点 C を座標（r,θ）で表す。もう一方のレンズ表面上における点 B を座標（ρ,ϕ）で表す。また，点 B_0，C_0 は Z_d に沿う光線に対応するレンズ表面上の点とする。

ここで，$|\overrightarrow{F_lC_0}|$ を r_0，$|\overrightarrow{C_0B_0}|$ を l_0，$|\overrightarrow{B_0F_d}|$ を ρ_0 とし，このうち l_0，ρ_0 および比誘電率 ε_r を初期値として与える。また，反射鏡系における Z_d 軸に沿う光線に対する全光路長の L_{t0} も初期値である。

この L_{t0} は反射鏡系において与えられている値であり，置き換えの条件から次のようになる。

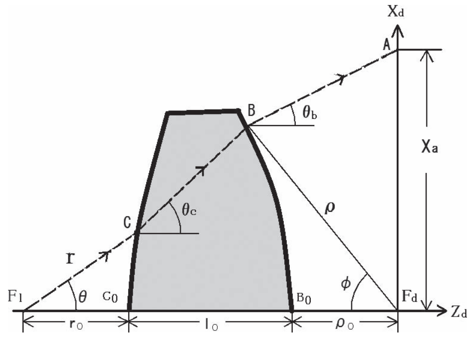

図４　レンズの ray tracing

$$r_0 + l_0\sqrt{\varepsilon_r} + \rho_0 = L_{t0} \tag{1}$$

式（1）から r_0 を決定できる。

次に，点 C，点 B における屈折の法則から光線 $\overline{CB}$ の傾き角 θ_c，光線 $\overline{BA}$ の傾き角 θ_c を求める。ここで，傾き角 θ_c，θ_b は Z_d 軸に平行な軸から反時計方向を正とする。

図５に点 C における屈折の法則を示す。座標（r,θ）を用いて，入射角 θ_{ic}，屈折角 θ_{tc} は次のようになる。

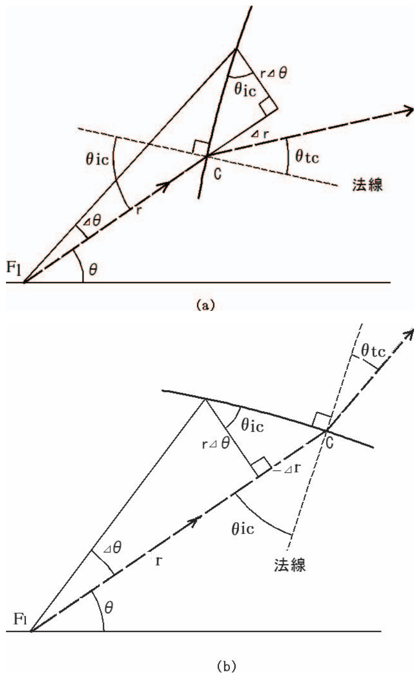

図５　点 C における屈折の法則

$$tan\theta_{ic} = \delta_c \frac{dr}{rd\theta} \tag{2}$$

$$sin\theta_{tc} = \frac{sin\theta_{ic}}{\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{3}$$

ここで，図５（a）は $dr/(rd\theta)$ が正の場合で δ_c は１，図５（b）は $dr/(rd\theta)$ が負の場合で δ_c は -1 である。

この θ_{ic}，θ_{tc} を用いて，光線 $\overline{CB}$ の傾き角 θ_c は次のようになる。

$$\theta_c = \theta - \delta_c(\theta_{ic} - \theta_{tc}) \tag{4}$$

図６に点 B における屈折の法則を示す。ここで，図６（a）は $d\rho/(\rho d\phi)$ が正の場合で，図６（b）は $d\rho/(\rho d\phi)$ が負の場合である。

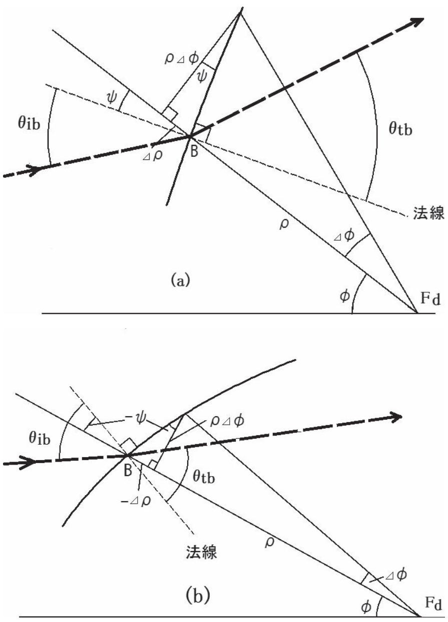

図６　点Ｂにおける屈折の法則

この点 B における屈折の式は次のようになる。

$$tan\psi = \frac{d\rho}{\rho d\phi} \tag{5}$$

点 B における入射角 θ_{ib} と光線 $\overline{CB}$ の傾き角 θ_c の関係は次のようになる。

$$\theta_{ib} = \delta_b(\theta_c - \psi + \phi) \tag{6}$$

ここで，$\theta_c - \psi + \phi > 0$ の場合は δ_b は１，$\theta_c - \psi + \phi < 0$ の場合は δ_b は –1 である。

点 B における屈折の法則から屈折角 θ_{tb} は次のようになる。

$$sin\theta_{tb} = \sqrt{\varepsilon_r}\, sin\theta_{ib} \tag{7}$$

光線 $\overrightarrow{BA}$ の傾き角 θ_b は図６から次のようになる。

$$\theta_b = \delta_b\theta_{tb} + \psi - \phi \tag{8}$$

次に，光路長の条件式を導く。反射鏡系において，光路長 $|\overrightarrow{F_dDA}|$ を L_t とするとこの条件式は次のようになる。

$$L_t = r + \frac{m_0 - (r\,cos\theta + \rho\,cos\phi)}{cos\theta_c}\sqrt{\varepsilon_r} + \frac{\rho\,cos\phi}{cos\theta_b} \tag{9}$$

$$m_0 = r_0 + l_0 + \rho_0 \tag{10}$$

また，点 B において透過した光線が開口面上で点 A で交わる条件から次のようになる。

$$X_a = \rho(sin\phi + tan\theta_b\, cos\phi) \tag{11}$$

４．微分方程式の導出

図３（a）に示した反射鏡系の開口面上において，θ に対する点 A の座標 X_a，光線 $\overline{DA}$ の傾き角 θ_b，および光路長 $|\overrightarrow{F_dDA}|$ の L_t は θ の関数であり，θ に関する微分値を，各々，$a(\theta)$，$b(\theta)$，および $t(\theta)$ とすると次のようになる。

$$a(\theta) = \frac{dX_a}{d\theta} \tag{12}$$

$$b(\theta) = \frac{d\theta_b}{d\theta} \tag{13}$$

$$t(\theta) = \frac{dL_t}{d\theta} \tag{14}$$

式（11）の両辺を ϕ に関して微分し，次に，式（5）を代入すると次のようになる。

$$f_1\frac{d\phi}{d\theta} = h_1 \tag{15}$$

$$f_1 = X_a\, tan\psi - \rho(tan\theta_b\, sin\phi - cos\phi) \tag{16}$$

$$h_1 = a(\theta) - b(\theta)\rho\, cos\phi\, sec^2\theta_b \tag{17}$$

ここで，ρ は式（11）から次のようになる。

$$\rho = \frac{X_a}{sin\phi + tan\theta_b\, cos\phi} \tag{18}$$

式（9）から r を求めると次のようになる。

$$r = \frac{p\,cos\theta_b - \rho q_b\, cos\phi}{q\,cos\theta_b} \tag{19}$$

$$p = L_t\, cos\theta_c - \sqrt{\varepsilon_r}\, m_0 \tag{20}$$

$$q = cos\theta_c - \sqrt{\varepsilon_r}\, cos\theta \tag{21}$$

$$q_b = cos\theta_c - \sqrt{\varepsilon_r}\, cos\theta_b \tag{22}$$

式（19）の両辺を θ に関して微分し，次に，式（2），（5）を代入すると次のようになる。

$$P_h\frac{d\phi}{d\theta} + P_c\frac{d\theta_c}{d\theta} = P_0 \tag{23}$$

$$P_h = \rho q_b(tan\psi\, cos\phi - sin\phi) \tag{24}$$

$$P_c = sin\theta_c[cos\theta_b(L_t - r) - \rho\, cos\phi] \tag{25}$$

$$\begin{aligned} P_0 = {} & b(\theta)sin\theta_b(rq - \sqrt{\varepsilon_r}\rho\, cos\phi - p) \\ & - r\,cos\theta_b(\delta_c q\, tan\theta_{ic} + \sqrt{\varepsilon_r}\sin\theta) \\ & + cos\theta_c\, cos\theta_b t(\theta) \end{aligned} \tag{26}$$

ここで，式（4）の θ_c を θ に関して微分し，式（3）を代

入すると次のようになる。

$$\frac{d\theta_c}{d\theta}=1-\delta_c(1-\frac{cos\,\theta_{ic}}{\sqrt{\varepsilon_r}\,cos\,\theta_{tc}})\frac{d\theta_{ic}}{d\theta} \tag{27}$$

上式を式（23）へ代入して，次のようになる。

$$P_h\frac{d\phi}{d\theta}+g_2\frac{d\theta_{ic}}{d\theta}=h_2 \tag{28}$$

$$g_2=-\delta_c(1-\frac{cos\,\theta_{ic}}{\sqrt{\varepsilon_r}\,cos\,\theta_{tc}})P_c \tag{29}$$

$$h_2=P_0-P_c \tag{30}$$

式（15）を式（28）に代入して，次のようになる。

$$g_2\frac{d\theta_{ic}}{d\theta}=h_2-h_1\frac{P_h}{f_1} \tag{31}$$

以上から式（15）と式（31）の連立微分方程式が導かれる。

したがって，連立微分方程式において，θ，θ_{ic}，ϕ が与えられると，θ_{tc}，θ_{ib}，θ_{tb}，および ψ が求まる。

まず，θ_{tc} は式（3）から求まる。この θ_{tc} が決まると式（4）から θ_c が定まり，式（6），式（8）から θ_{tb} が次のようになる。

$$\theta_{tb}=\theta_{ib}+\delta_\theta \tag{32}$$

$$\delta_\theta=\delta_b(\theta_b-\theta_c) \tag{33}$$

上式を式（7）に代入して，θ_{ib} は次のように求まる。

$$tan\,\theta_{ib}=\frac{sin\,\delta_\theta}{\sqrt{\varepsilon_r}-cos\,\delta_\theta} \tag{34}$$

上式からの θ_{ib} を式（32）に代入して，θ_{tb} を求めることができる。

式（34）から，$\theta_{ib}>0$ の条件から次のようになる。

$$\theta_b>\theta_c \text{ のとき } \quad \delta_b=1 \tag{35}$$

$$\theta_b<\theta_c \text{ のとき } \quad \delta_b=-1 \tag{36}$$

最後に，ψ は式（6）から次のようになる。

$$\psi=\theta_c+\phi-\delta_b\theta_{ib} \tag{37}$$

この式（37）を書き直すと次のようになる。

$$\delta_b\theta_{ib}=\theta_c-\psi+\phi \tag{38}$$

ここで，$\theta_{ib}>0$ の条件から次のようになる。

$$\theta_c-\psi+\phi>0 \text{ のとき } \quad \delta_b=1 \tag{39}$$

$$\theta_c-\psi+\phi<0 \text{ のとき } \quad \delta_b=-1 \tag{40}$$

5．レンズ装荷ホーンの設計

鏡面修整形球面鏡アンテナの鏡面を求める場合，初期値として5通りの与え方，すなわち原型，α 型，β 型，γ 型，および δ 型がある [(1),(2)]。ここでは，装荷するレンズの開口径を小さくして軽量化を図るために，補助反射鏡の開口径を小さくできる β 型について，レンズを設計する。この β 型の外形寸法，および ray tracing を図7に示す。

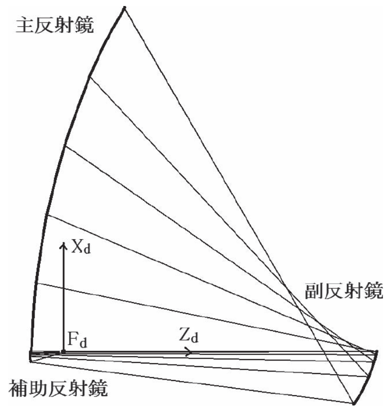

図7　β 型の鏡面修整形球面鏡アンテナ（すべての反射鏡は半分のみを表示）

5.1　初期値とレンズ形状

一次放射系の開口面を $Z_d=0$ 面とし，補助反射鏡から副反射鏡へ向かう光線が開口面と交わる座標 X_a，光路長 L_t を図8（a）に示す。ここで，横軸は θ で，各 θ に対する光路長は $\theta=0°$ の光路長を差し引いている。また，開口面上における光線の傾き角度 θ_b は図8（b）に示す。ここで，主反射鏡開口分布は均一，補助反射鏡周辺レベルは –20 dB としている [(2)]。

図7に示した β 型の鏡面修整形球面鏡アンテナの一次放射系である，ホーンの位相中心 F_d と補助反射鏡の諸元を図9に示す。ここで，補助反射鏡開口径は300，補助反射鏡の頂点と開口面との距離は32.8，F_d の位置は500である。

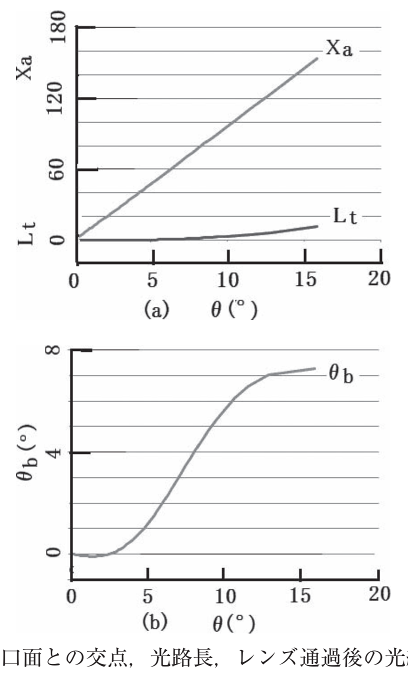

図8　開口面との交点，光路長，レンズ通過後の光線の角度

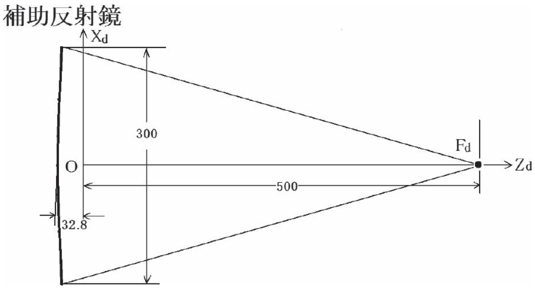

図 9　一次放射系の諸元

図 9 から，光路長 L_{t0} は565.6となる。ここで，図 4 に示したレンズ系の ρ_0 を32.8とする。次に，比誘電率 ε_r，および l_0 を初期値として与えると式（1）から r_0 を決定できる。

以上から，レンズ形状を求める連立微分方程式，式（15），式（31）のすべての初期値が与えられたことになる。しかし，θ_{ic}，θ_{tc}，θ_{ib}，および θ_{tb} は90° よりも小さいという屈折の制約条件からすべての初期値に対してレンズ形状を求めることができない。また $r_0>0$ の条件から，式（1）において r_0 を零とすると ε_r と l_0 には，次式が成立する。

$$l_0\sqrt{\varepsilon_r}+\rho_0=L_{t0} \tag{41}$$

図10に，比誘電率 ε_r を横軸，l_0 を縦軸として，レンズ形状が求まる範囲を示す。ここで，下側の境界線は屈折の制約条件から，一方，上側の境界線は式（41）から定まり，レンズ形状が求まる範囲はこれらの境界線で囲まれた範囲である。

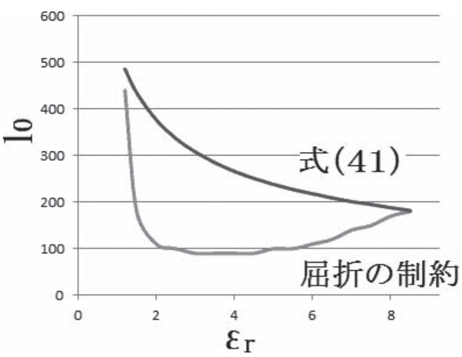

図10　レンズ形状が求まる範囲

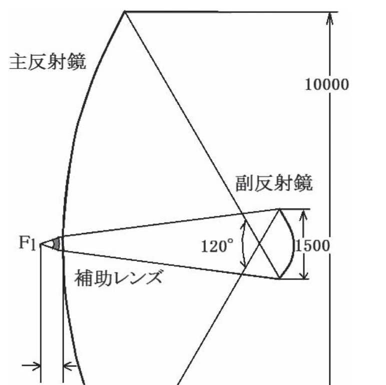

図11　レンズ系で給電された鏡面修整形球面鏡アンテナ

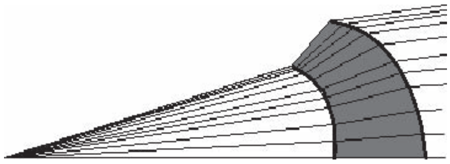

図12　レンズ内の ray tracing

図10から，レンズ形状が形成できる初期値，すなわち比誘電率 ε_r が2.5横軸，l_0 が100の場合，図 7 の一次放射系をレンズ系へ置き換えた鏡面修整型球面鏡アンテナの外形寸法を図11に示す。このレンズ内における光線の ray tracing を図12に示す。

5.2　解の妥当性

図12に示したレンズ形状をスプライン関数で近似することができる [3]。まず，ホーン側のレンズ形状を近似して式（2）の $dr/(rd\theta)$ を求めることができる。また，今回の計算例では δ_c は –1 であるから，式（2）を用いて θ_{ic} を決定できる。この θ_{ic} と連立微分方程式から求まる θ_{ic} との比較を図13（a）に示す。$\theta>0.5°$ では両者は一致するが，θ の 0° 近傍で一致していない。これは付録で示すようにスプライン関数の精度によるものである。

次に，開口面側のレンズ形状を近似して式（5）の $d\rho/(\rho d\phi)$ を求めて，ψ を決定でき，連立微分方程式の ψ と比較できる。これを図13（b）に示す。ここでも θ の0° 近傍の不一致はスプライン関数の精度によるものであり，図12に示した連立微分方程式で得られたレンズ形状の解は妥当であることがわかる。

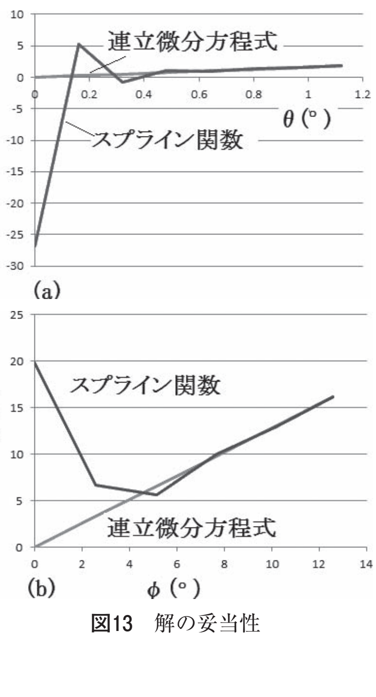

図13　解の妥当性

6．むすび

反射鏡をレンズへ置き換える設計法を鏡面修整形球面鏡アンテナへ適用した。この球面鏡アンテナはレンズ装荷ホーンと副反射鏡のみの駆動でアンテナビームの追尾ができること，同一パネル形状で球面鏡を構成できるため低価格化が図れることばかりでなく，レンズ形状の設計によって開口面上で任意の振幅分布，位相分布を実現できる。

また，このレンズ形状の設計法はレンズのみから構成されるレンズ修整形アンテナの設計へ適用できる。

付録

レンズ形状を２次曲面として与えると，３章の屈折の法則から開口面上での θ_b，X_a，および L_t を求めることができる。次に，これらを初期値として連立微分方程式からレンズ形状を求めると，これが与えた２次曲面と一致すれば設計理論の妥当性に関する必要条件となる。

この２次曲面のレンズ形状として，図14に示すように点Cは焦点 F_l，F の双曲線上の点，点Bは焦点 F_d，F の楕円上の点とすると，座標（r, θ），および（ρ, ϕ）は次のようになる。

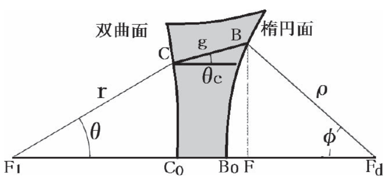

図14　２次曲面のレンズ

$$r = \frac{a_c(e_c^2 - 1)}{1 + e_c \cos\theta} \tag{42}$$

$$\rho = \frac{a_b(1 - e_b^2)}{1 - e_b \cos\phi} \tag{43}$$

ここで，点 C の双曲線の離心率，焦点距離を各々，e_c，f_c とすると $a_c = f_c / e_c$ である。同様に，点 B の双曲線の離心率，焦点距離を各々，e_b，f_b とすると $a_b = f_b / e_b$ である。

この $a_b(1-e_b)$ を1300，r_0 を1000，l_0 を50，ρ_0 を3300とすると e_c は6.714857，a_c は175.0，e_b は0.4347826，a_b は2300.0となる。

３章で示した屈折の式に加えて，図14に示すように，座標（r, θ）の点 C，座標（ρ, ϕ）の点 B 間の距離を g を求める必要があり，これは次式から得られる。

$$r \sin\theta + g \sin\theta_c = \rho \sin\phi \tag{44}$$

$$r \cos\theta + g \cos\theta_c + \rho \cos\phi = m_0 \tag{45}$$

ここで，比誘電率を2.0とすると，θ_b，x_a，および L_t が求まるので，これらを連立微分方程式に代入してレンズ形状を求めた。このレンズ形状は与えた２次曲面と小数点第２位まで一致した。

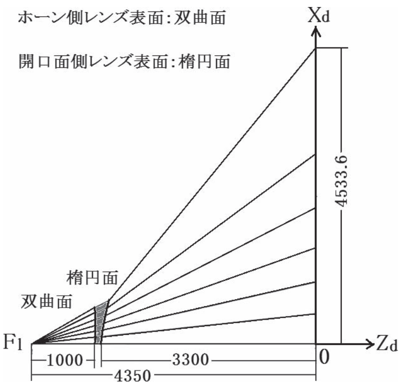

図15　Ray Tracing，誘電率＝2.0

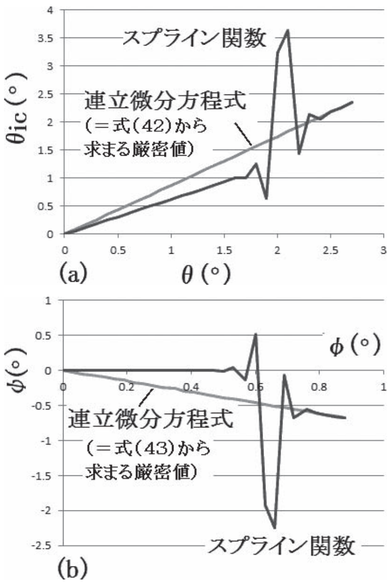

図16　スプライン関数の精度

図15に，θ を0°から30°の範囲で5°間隔の光線をレンズに入射させた場合の ray tracing を示す。

連立微分方程式で求まったレンズ形状（与えたレンズ形状と一致している）を用いて，5.2節と同様にスプライン関数で近似した結果との比較を図16に示す。ここで，連立微分方程式で求まる θ_{ic}，ψ は，各々，式（42），（43）を微分して得られた厳密値と一致している。したがって，レンズ形状の座標は小数点第２位まで一致しても，$\theta = 0°$ の近傍で一致してないのは，スプライン関数の精度によるものと考えられる。

文　　献

［１］浦崎，岡田，“回転対称形球面鏡アンテナの鏡面修整法”，信学技報，A・P2010-52（2010-7）.

［２］浦崎，岡田，“鏡面修整形球面鏡アンテナの設計”，信学技報，A・P2011-13（2011-5）.

［３］渡部　力・他「Fortran77による数値計算ソフトウェア」（丸善）.