

# 鏡面修整形球面鏡アンテナの設計

浦崎 修治\*・岡田 尚樹\*\*

(平成23年10月1日受付)

## Design of A Spherical Reflector Antenna with Shaping Reflectors

Shuji Urasaki and Naoki Okada

(Received Oct. 1, 2011)

### Abstract

In a spherical reflector antenna consisting of a main reflector with spherical surface, a sub-reflector with non-quadric surface to correct spherical aberrations and the primary feed horn, the amplitude distribution in the main reflector is inverse tapered and good radiation characteristics cannot be obtained. In order to control the amplitude distribution two reflectors, namely a shaping sub-reflector and a shaping additional reflector between the main reflector and the primary feed horn are necessary, we reported the reflector shaping method.

In this paper, we show the design results of the spherical reflector antenna based to the reflector shaping method.

**Key Words:** reflector antenna, aperture antenna, spherical reflector antenna, reflector shaping

## 1. まえがき

球面鏡である主反射鏡, 修整鏡面である副反射鏡, 修整鏡面である補助反射鏡, および給電ホーンからなる球面鏡アンテナにおいて, 主反射鏡開口分布を制御できる鏡面修整法が報告されている<sup>(1)</sup>。これらの修整鏡面は楕円面鏡群, または双曲面鏡群で構成されているため, 副反射鏡と補助反射鏡とがどの鏡面群で構成されるかで5個の組合せが存在することも報告した。

この報告では, まず, 修整鏡面を導く微分方程式の初期値に各鏡面の周辺における鏡面定数を与えているが, すべての初期値に対して修整鏡面を求めることができないこと, すなわち解が存在できる初期値の範囲について示す。

次に, この修整法で設計された鏡面座標のみを用いて, 反射の法則, 光路長一定の条件, および電力の条件を吟味して, 解の妥当性を確認する。

## 2. 鏡面構成

### 2.1 鏡面の組合せ

5個の回転対称な鏡面の組合せを表1に示す<sup>(1)</sup>。ここで, 初期値として与える外形寸法, すなわち各鏡面の周辺での鏡面定数において, 副反射鏡が楕円面鏡で補助反射鏡が双曲面鏡, また逆に副反射鏡が双曲面鏡で補助反射鏡が楕円面鏡, 更に両者とも楕円面鏡の組合せがある。

また, 副反射鏡で反射した光線と鏡軸であるz軸との交点が副反射鏡と補助反射鏡との外側にある組合せの場合を

表1 鏡面の組合せ

		副反射鏡	補助反射鏡	図
NO-CROSS 形	$\alpha$ 型	双曲面	楕円面	図1
	$\beta$ 型	楕円面	双曲面	図2
	$\gamma$ 型	楕円面	双曲面	図3
CROSS 形	$\delta$ 型	楕円面	楕円面	図4
	原型	楕円面	楕円面	図5

\* 広島工業大学工学部電気システム工学科

\*\* 三菱電機エンジニアリング

NO-CROSS 形、副反射鏡で反射した光線と  $z$  軸との交点が副反射鏡と補助反射鏡との間にある組合せの場合を CROSS 形としている。

NO-CROSS 形において、 $\alpha$  型、 $\beta$  型、および  $\gamma$  型の 3 種類の鏡面の組合せであり、これらを図 1、図 2、および図 3 に示す。また、CROSS 形では  $\delta$  型と原型の 2 種類の組合せであり、これらを図 4 および図 5 に示す。なお、表 1 において  $\beta$  型と  $\gamma$  型は同じ組合せであるが補助反射鏡である双曲面の凹凸面に、また  $\delta$  型と原型も同じ組合せであるが補助反射鏡である楕円面の焦点位置に相違点がある。

### 3. 初期値の与え方

図 1 から図 5 において、主反射鏡の開口径  $D_m$  (図中には示していない) は 10000 と固定できるので、初期値は図に示すように主反射鏡の開口角  $\theta_{mm}$ 、副反射鏡の焦点位置  $Z_{fs0}$ 、一次放射器である給電ホーンの焦点位置  $Z_{fd}$ 、補助反射鏡の開口径  $D_d$  および副反射鏡の開口径  $D_s$  の 5 個であ

る<sup>(1)</sup>。なお、一次放射器による周辺レベルは  $-20$  dB、要求する開口分布は均一と固定している。

ここで、主反射鏡で反射して副反射鏡へ向かう光線が補

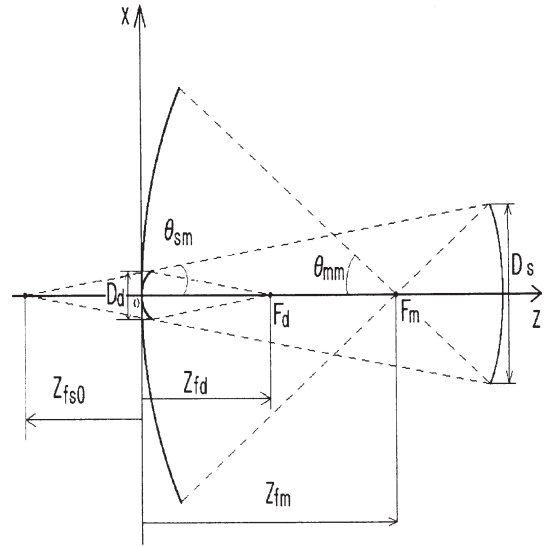


図 3  $\gamma$  型の鏡面構成

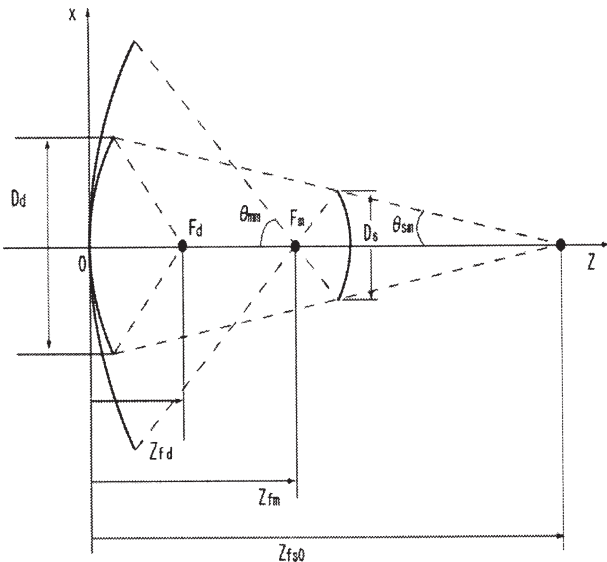


図 1  $\alpha$  型の鏡面構成

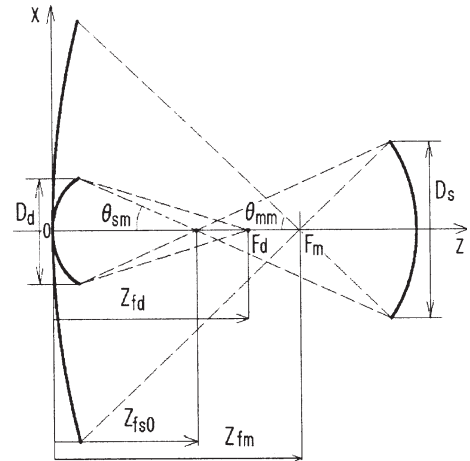


図 4  $\delta$  型の鏡面構成

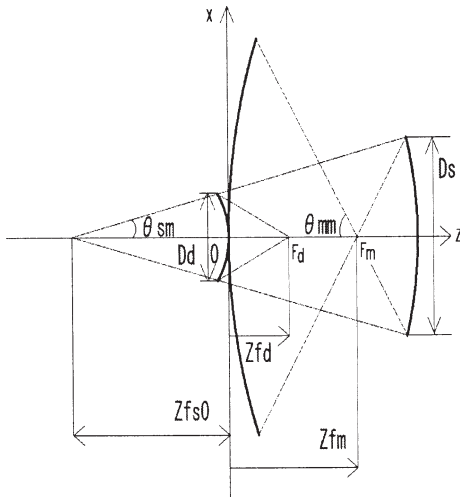


図 2  $\beta$  型の鏡面構成

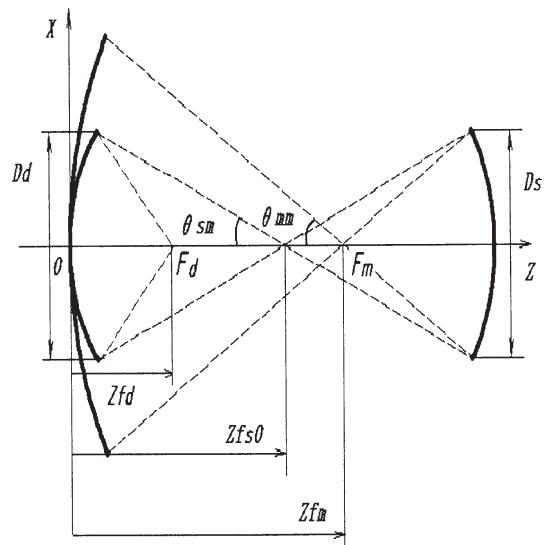


図 5 原型の鏡面構成

助反射鏡，給電ホーンによるブロックキングを軽減するため，①補助反射鏡と主反射鏡との各頂点を重ねる，②給電ホーンの位相中心  $F_d$  を主反射鏡および副反射鏡の周辺を結ぶ直線と  $Z$  軸との交点  $F_m$  から離す，および補助反射鏡が鏡面として機能させるため，③できるだけ  $D_d$  を  $D_s$  に近づけるといふ3条件を課して初期値を2個にする。ここで，この2個の初期値を  $\theta_{mm}$ ，および  $D_s$  に選び，他の初期値  $Z_{fs0}$ ， $Z_{fd}$ ，および  $D_d$  は上記の3条件から決定する。

### 3.1 $\alpha$ 型

図1に示す  $\alpha$  型は補助反射鏡が副反射鏡よりも大きくなる鏡面構成である。したがって，③の条件，補助反射鏡を副反射鏡の大きさに近づけるために  $Z_{fs0}$  は十分大きくする必要があり，次のように  $Z_{fs0}$  を定めた。

$$Z_{fs0} = 10Z_{fm} \quad (1)$$

ここで，点  $F_m$  の  $Z$  座標である  $Z_{fm}$  は次式で表される。

$$Z_{fm} = \frac{D_m}{2\sin\left(\frac{\theta_{mm}}{2}\right)} - \frac{D_m}{2\sin\theta_{mm}} \quad (2)$$

また，補助反射鏡の位置は①の条件から定まるので，補助反射鏡の大きさ  $Dd$  は次のようになる。

$$Dd = 2Z_{fs0}\tan\theta_{sm} \quad (3)$$

ここで，副反射鏡と補助反射鏡の周辺を見込む角  $\theta_{sm}$  は次式で表される。

$$\tan\theta_{sm} = -\frac{D_s}{2(Z_{fm} - Z_{fs0} + \rho_{sm}\cos\theta_{mm})} \quad (4)$$

$$\rho_{sm} = \frac{D_s}{2\sin\theta_{mm}} \quad (5)$$

最後に，②の条件から給電ホーンの焦点  $F_d$  は球面鏡の頂点  $O$  と  $F_m$  の中間点とすれば，給電ホーン的位置  $Z_{fd}$  は次のようになる。

$$Z_{fd} = \frac{Z_{fm}}{2} \quad (6)$$

### 3.2 $\beta$ 型

図2の  $\beta$  型と図3の  $\gamma$  型との相違点は，補助反射鏡において  $\beta$  型は凸面の双曲面鏡で， $\gamma$  型は凹面の双曲面鏡で反射することである。

$\alpha$  型と同様に，②の条件から  $F_d$  は  $F_m$  と補助反射鏡の頂点との中点とすれば， $Z_{fd}$  は次のようになる。

$$Z_{fd} = \frac{Z_{fm}}{2} \quad (7)$$

ここで， $Z_{fm}$  は次式で表される。

$$Z_{fm} = \frac{D_m}{2\sin\left(\frac{\theta_{mm}}{2}\right)} - \frac{D_m}{2\sin\theta_{mm}} \quad (8)$$

上記の①と③の条件，および凸面の双曲面鏡の条件から次のようにする。

$$Z_{fs0} = -0.9Z_{fd} \quad (9)$$

$$D_d = 2|Z_{fs0}|\tan\theta_{sm} \quad (10)$$

ここで， $\theta_{sm}$  は次式で表される。

$$\tan\theta_{sm} = \frac{D_s}{2(Z_{fm} - Z_{fs0} + \rho_{sm}\cos\theta_{mm})} \quad (11)$$

$$\rho_{sm} = \frac{D_s}{2\sin\theta_{mm}} \quad (12)$$

### 3.3 $\gamma$ 型

図3に示す  $\gamma$  型において， $\alpha$  型と同様に①と③の条件から次のようになる。

$$D_d = 2|Z_{fs0}|\tan\theta_{sm} \quad (13)$$

$$Z_{fs0} = -10Z_{fm} \quad (14)$$

ここで， $Z_{fm}$ ， $\theta_{sm}$  は次式で表される。

$$Z_{fm} = \frac{D_m}{2\sin\left(\frac{\theta_{mm}}{2}\right)} - \frac{D_m}{2\sin\theta_{mm}} \quad (15)$$

$$\tan\theta_{sm} = \frac{D_s}{2(Z_{fm} - Z_{fs0} + \rho_{sm}\cos\theta_{mm})} \quad (16)$$

$$\rho_{sm} = \frac{D_s}{2\sin\theta_{mm}} \quad (17)$$

次に，②の条件から， $F_d$  は  $F_m$  と補助反射鏡の頂点との中点とすれば， $Z_{fd}$  は次のようになる。

$$Z_{fd} = \frac{Z_{fm}}{2} \quad (18)$$

### 3.4 $\delta$ 型

図4の  $\delta$  型と図5の原型との相違点は， $\delta$  型の場合  $Z_{fs0} < Z_{fd}$  であり，原型の場合は  $Z_{fs0} > Z_{fd}$  となることである。図4において，①と③の条件からつぎのようになる。

$$D_d = D_s \quad (19)$$

$$Z_{fs0} = \frac{Z_{fm} + \rho_{sm}\cos\theta_{mm}}{2} \quad (20)$$

ここで， $Z_{fm}$ ， $\rho_{sm}$  は次式で表される。

$$Z_{fm} = \frac{D_m}{2\sin\left(\frac{\theta_{mm}}{2}\right)} - \frac{D_m}{2\sin\theta_{mm}} \quad (21)$$

$$\rho_{sm} = \frac{D_s}{2\sin\theta_{mm}} \quad (22)$$

次に，②の条件から， $F_d$  は  $F_m$  と  $Z_{fs0}$  との中点とすれば， $Z_{fd}$  は次のようになる。

$$Z_{fd} = \frac{Z_{fm} + Z_{fs0}}{2} \quad (23)$$

### 3.5 原型

図5に示す原型において、①と③の条件からつぎのようになる。

$$D_d = D_s \quad (24)$$

$$Z_{fs0} = \frac{Z_{fm} + \rho_{sm} \cos \theta_{mm}}{2} \quad (25)$$

ここで、 $Z_{fm}$ 、 $\rho_{sm}$  は次式で表される。

$$Z_{fm} = \frac{D_m}{2 \sin \left( \frac{\theta_{mm}}{2} \right)} - \frac{D_m}{2 \sin \theta_{mm}} \quad (26)$$

$$\rho_{sm} = \frac{D_s}{2 \sin \theta_{mm}} \quad (27)$$

次に、②の条件から、 $F_d$  は  $F_m$  と補助反射鏡の頂点との中点とすれば、 $Z_{fd}$  は次のようになる。

$$Z_{fd} = \frac{Z_{fm}}{2} \quad (28)$$

## 4. 解の存在範囲

初期値として、図1から図5に示した外形の鏡面定数を与えて、次に示す方法で解の存在範囲を求める。

### 4.1 反射の法則を満足するための条件

鏡面設計の初期値を与えると図6 (NO-CROSS系) に示すように副反射鏡の周辺  $S_1(x_{s1}, z_{s1})$  が定まる。次に、この初期値を用いて、微小な位置だけ離れた点  $S(x_s, z_s)$  を微分方程式で求める場合<sup>(1)</sup>、光路長一定の条件、電力の条件を強制的に満足させているが、残りの副反射鏡における反射

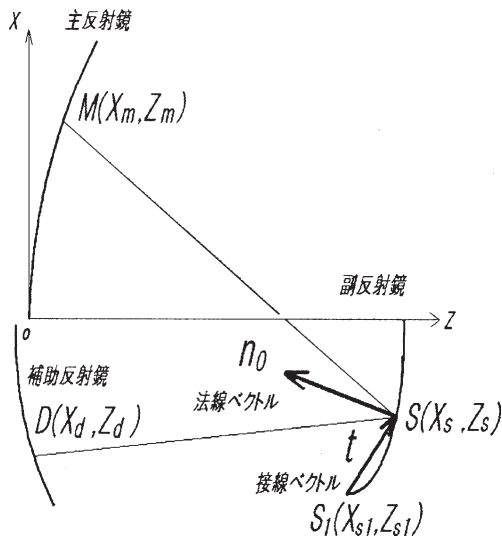


図6 法線ベクトル

の法則を満足している保証はない。

この点  $S$  に対応して求まる主反射鏡、補助反射鏡上の点を各々、点  $M(x_m, z_m)$ 、点  $D(x_d, z_d)$  とすると、NO-CROSS系では  $\alpha$ 、 $\beta$ 、および  $\gamma$  型に対して3通り、CROSS系では  $\delta$  型および原型に対して2通りの点  $M$ 、 $S$ 、 $D$  が求まる。

点  $S$  における接線ベクトルを  $\overline{S_1S}$  で近似すると、単位接線ベクトル  $\mathbf{t}$  は次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{t} &= [\mathbf{i}(x_s - x_{s1}) + \mathbf{k}(z_s - z_{s1})] / l_{ss1} \\ &= \mathbf{i}t_x + \mathbf{k}t_z \end{aligned} \quad (29)$$

$$l_{ss1} = \sqrt{(x_s - x_{s1})^2 + (z_s - z_{s1})^2} \quad (30)$$

ここで、 $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{k}$  は各々、 $x$  軸、 $z$  軸方向の単位ベクトルである。この  $\mathbf{t}$  を用いて、点  $S$  における単位法線ベクトル  $\mathbf{n}_0$  は次のようになる。

$$\mathbf{n}_0 = \mathbf{i}t_z - \mathbf{k}t_x \quad (31)$$

次に、 $\overline{SM}$  方向の単位ベクトルを  $\mathbf{a}$ 、 $\overline{SD}$  方向の単位ベクトルを  $\mathbf{b}$  とすると次のようになる。

$$\mathbf{a} = [\mathbf{i}(x_m - x_s) + \mathbf{k}(z_m - z_s)] / l_{ms} \quad (32)$$

$$l_{ms} = \sqrt{(x_m - x_s)^2 + (z_m - z_s)^2} \quad (33)$$

$$\mathbf{b} = [\mathbf{i}(x_d - x_s) + \mathbf{k}(z_d - z_s)] / l_{ds} \quad (34)$$

$$l_{ds} = \sqrt{(x_d - x_s)^2 + (z_d - z_s)^2} \quad (35)$$

点  $S$  における反射の法則は次のようになる

$$\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{a} = \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{b} \quad (36)$$

ここで、単位法線ベクトル  $\mathbf{n}_0$  は近似値なので、式 (36) を満足しない。

しかし、図7に示すように  $\mathbf{n}_0$  に関して  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$  が共に同方向の場合は反射の法則を明らかに満足せず、少なくとも互いに反対方向でなければ反射の法則を満足しない。

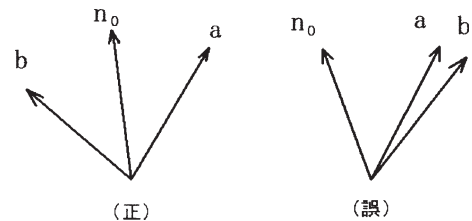


図7 判別法

したがって、式 (36) の代わりに反射の法則を満足できるかを次式で判別する

$$(\mathbf{n}_0 \times \mathbf{a}) \cdot (\mathbf{n}_0 \times \mathbf{b}) < 0 \quad (37)$$

NO-CROSS 形において、 $\alpha$  型、 $\beta$  型、または  $\gamma$  型のうち 1 個の型を初期値の  $S_1$  として与えると、次に求まる  $S$  は式 (37) を満足するように決定する。この点  $S$  は与えた  $S_1$  の型に捉われずに 3 個の内から決定する。次に、この点  $S$  を新しい初期値と置き換え、最終点まで式 (37) が満足する場合を解が存在すると定義している。CROSS 形は  $\delta$  型と原型の 2 個となるだけで、解の存在に対する定義は同様である。

#### 4.2 計算結果

初期値を NO-CROSS 系の  $\gamma$  型で与え、 $\theta$  mm を  $40^\circ$ 、 $60^\circ$ 、および  $80^\circ$  とし、 $D_s$  を変化させて 3 章に示した方法で他の初期値を決定した。その結果、 $\theta$  mm が  $40^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $80^\circ$  の場合、 $D_s$  が各々 640、1530、2950 以上の範囲で解が存在し、この範囲を図 8 の縦の実線で示した。すなわち、式 (37) を満足するためには  $D_s$  において下限値が存在する。この結果は他の型を初期値として与えた場合も同様に下限値が存在し、ほぼ同一の下限値になった。

なお、収差補正形球面鏡アンテナにおいて、副反射鏡が形成できるためには  $D_s$  において下限値の存在することが報告されており<sup>(2)</sup>、今回の鏡面修整球面鏡アンテナの場合も同様な結果が得られた。

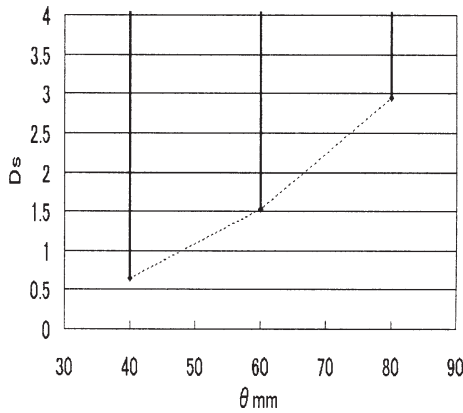


図 8 解の範囲

### 5. 設計値の妥当性

CROSS 系、および NO-CROSS 系において解の範囲を示したが、この範囲では、反射の法則において式 (37) の必要条件を確認しているのみである。したがって、求まった各鏡面座標のみを用いて厳密に反射の法則を満足しているかを確認する必要がある。なお、この鏡面座標の設計法では光路長一定の条件、電力の条件は強制的に満足させているので、設計目標との一致が確認となる。

#### 5.1 反射の法則

図 8 に示したように解の存在範囲にある初期値を選ぶ

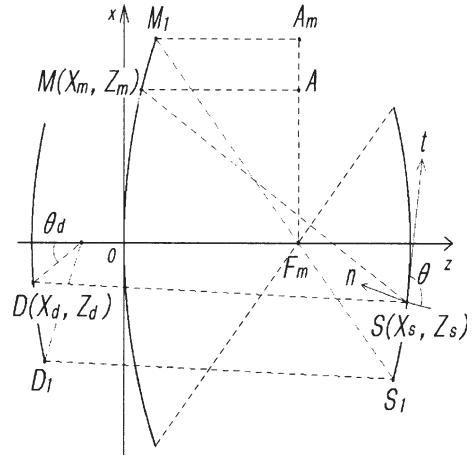


図 9 離散的に求まる修整鏡面座標

と、図 9 に示すように最終点まで副反射鏡の座標点  $S(x_s, z_s)$  が離散的に求まる。これらの点をスプライン関数で近似して、点  $S$  における微係数  $dx_s/dz_s$  を求めることができる。

この微係数を用いて、正確な単位法線ベクトル  $\mathbf{n}$  は次のようになる。

$$\mathbf{n} = i \cos \theta - \mathbf{k} \sin \theta \tag{38}$$

$$\tan \theta = dx_s / dz_s \tag{39}$$

ここで、 $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{k}$  は各々、 $x$  軸、 $z$  軸方向の単位ベクトルである。したがって、点  $S$  における厳密な反射の法則は、次のようになる。

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{b} \tag{40}$$

#### 5.2 光路長一定の条件

図 9 において、初期値を用いた開口面上の点  $A_m$  から焦点  $F_d$  までの全光路長  $L_0$  は次のようになる。

$$L_0 = |A_m M_1| + |M_1 S_1| + |S_1 D_1| + |D_1 F_d| \tag{41}$$

次に、開口面上の点  $A$  からの入射光線に対して座標値が求まっている点  $M$ 、 $S$ 、 $D$  を用いて 2 点間の距離を求めると、全光路長  $L$  は次のようになる。

$$L = |AM| + |MS| + |SD| + |DF_d| \tag{42}$$

ここで、鏡面設計<sup>(1)</sup> 時の設計目標である  $L/L_0$  が 1 になれば設計法の妥当性を確認できる。

#### 5.3 電力の条件

図 9 に示すように、点  $A$  の  $x$  座標  $x_m$  に対する補助反射鏡の点  $D(x_d, z_d)$  が求まっているので、焦点  $F_d$  からこの点  $D$  を見込む角  $\theta_d$  を求めることができる。主反射鏡上の振幅分布を  $A_m(\alpha_m)$  とすると電力の条件は次のようになる。

$$P(\theta_d) \sin \theta_d d\theta_d = A_{mp}(x_m) x_m dx_m \quad (43)$$

ここで、 $P(\theta_d)$  はホーンの放射パターンであり、 $\cos^n \theta_d$  と与えている。したがって、上式から開口分布  $A_{mp}(x_m)$  は次のようになる。

$$A_{mp}(x_m) = \cos^n \theta_d \frac{\sin \theta_d}{x_m} \cdot \frac{d\theta_d}{dx_m} \quad (44)$$

ここで、微分値  $d\theta_d/dx_m$  は、離散的に与えられている鏡面座標を用いた  $\theta_d$  と  $x_m$  の関係をスプライン関数で近似し、このスプライン関数の微係数として求めることができる。鏡面設計<sup>(1)</sup> 時の設計目標である  $A_{mp}(x_m)$  が均一分布、すなわちいかなる  $x_m$  に対して 1 になれば設計法の妥当性を確認できる。

### 5.4 計算結果

図8に示した  $\gamma$  型において、 $\theta_{mm}$  を  $60^\circ$  のときの  $D_s$  の下限値、1530を初期値として、反射の法則、光路長一定の条件、および電力の条件を確認する。

まず、反射の法則の確認を図10 (a) に示す。ここで、横軸は副反射鏡の  $x_s$  座標、縦軸は  $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{a})/(\mathbf{n} \cdot \mathbf{b})$  にしている。ほとんどの領域で 1 に一致して厳密に反射の法則を満足しており、一部、スプライン関数の近似による誤差のため僅

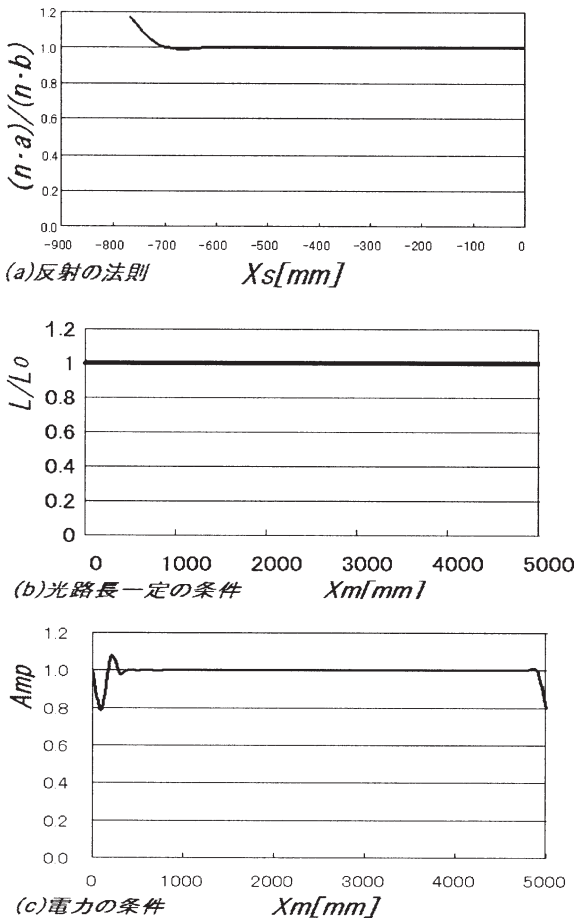


図10 確認

かな不一致があるが反射の法則を確認できた。

次に、光路長一定の条件の確認を図10 (b) に示す。ここで、開口面上の  $x_m$  を横軸にして、全光路長の比  $L/L_0$  を示す。ここでは、スプライン関数を用いていないので、すべての領域で  $L/L_0$  が 1 であり、光路長一定の条件を確認できた。

最後に、電力の条件の確認を図10 (c) に示す。ここで、開口面上の  $x_m$  を横軸にして、振幅分布  $A_{mp}(x_m)$  を示す。ほとんどの領域で 1 に一致して、設計目標の電力の条件を確認できた。なお、一部の不一致はスプライン関数の近似によるものである。

以上の計算結果は  $\gamma$  型について示したが、他の  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  型および原型も同様に、反射の条件、光路長一定の条件、および電力の条件を確認できた。

### 6. 修整鏡面の鏡面定数と ray tracing

図10は  $NO-CROSS$  系の  $\gamma$  型を初期値として与えた場合、求めた鏡面座標のみを用いた確認である。ここで、初期値として  $\gamma$  型を与えたが、途中の鏡面は  $\gamma$  型を持続しないで、同じ  $NO-CROSS$  系である  $\alpha$  型、または  $\beta$  型へ移行することがある。

この移行状況は副反射鏡、および補助反射鏡の鏡面定数である離心率で把握でき、これを図11に示す。ここで、点  $F_m$  から主反射鏡上の点  $M$  を見込む角を  $\theta_m (= \angle MF_m O)$  とし、修整鏡面である副反射鏡の離心率を  $e_s$ 、補助反射鏡の離心率を  $e_d$  としている。この図から途中で初期値の  $\gamma$  型から  $\alpha$  型へ移行していることがわかる。

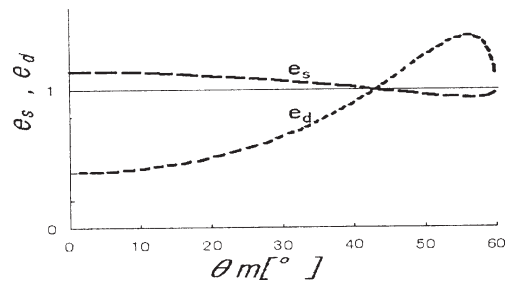


図11  $\theta_m$  に対する  $e_s, e_d$  ( $\gamma$  型)

次に、初期値を  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  型および原型とした場合の移行状態を図12に示す。ここで、 $\theta_{mm}$  は  $60^\circ$ 、 $D_s$  は下限値としている。なお、 $D_s$  の下限値は  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  型および原型の場合、各々 1560, 1500, 1440, および 1430 である。

図13に  $\gamma$  型を初期値として与えた場合に求まる鏡面座標を用いた光線追跡を示す。ここで、主反射鏡へ等間隔の光線を入射させている。

また、図12に対応する  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  型および原型の光線追跡を、各々、図14, 図15, 図16, および図17に示す。

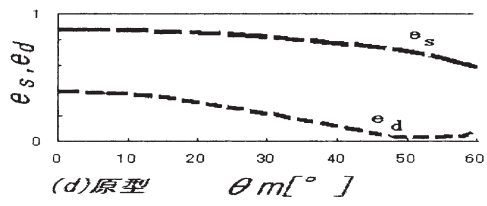
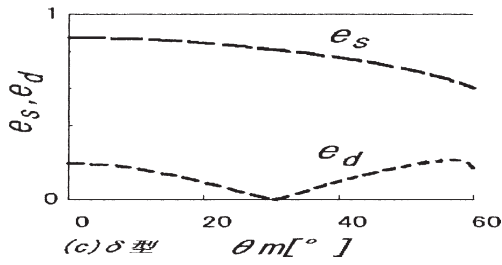
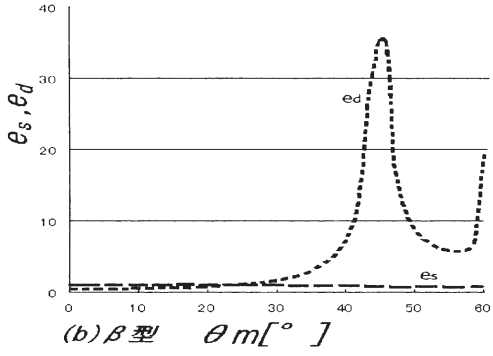
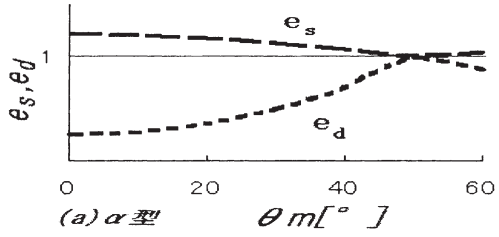


図12  $\theta_m$  に対する  $e_s, e_d$

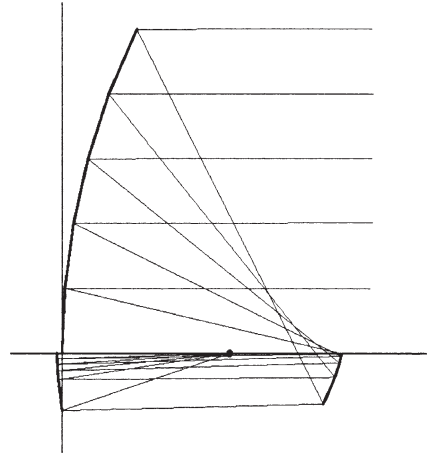


図14  $\alpha$  型の ray tracing

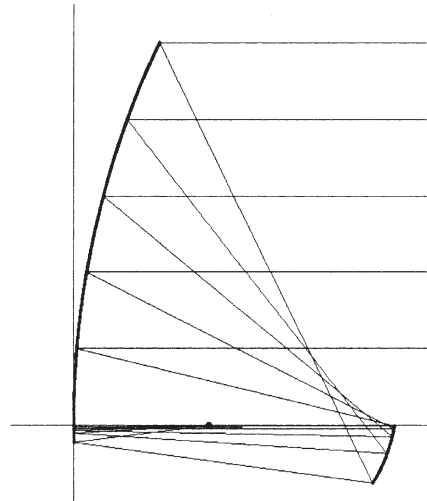


図15  $\beta$  型の ray tracing

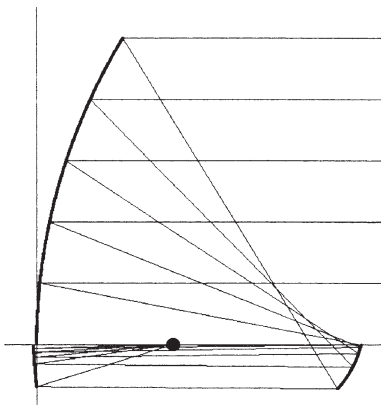


図13  $\gamma$  型の ray tracing

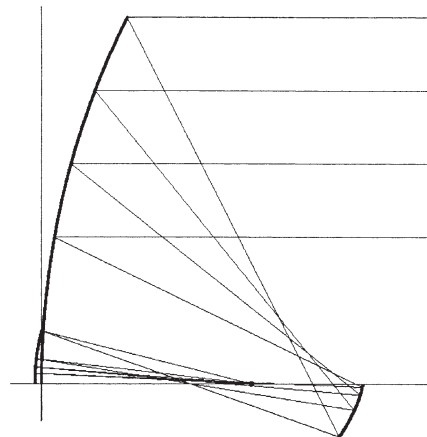


図16  $\delta$  型の ray tracing

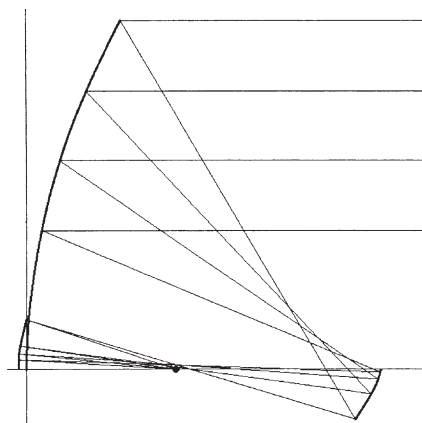


図17 原型の ray tracing

## 7. むすび

球面鏡アンテナの鏡面修整法を用い、まず、修整鏡面を求めることができる設計パラメータの範囲を示し、次に、離散的に求まる修整鏡面座標をスプライン関数で内挿して、反射の法則、光路長一定の条件、および電力の条件が厳密に満足していることを確認し、設計理論の妥当性を確認した。

## 文 献

- [1] 浦崎, 岡田, “回転対称形球面鏡アンテナの鏡面修整法”, 信学技報, A・P2010-52 (2010-7).
- [2] 浦崎, “球面収差補正形球面鏡アンテナの設計法”, 信学技報, A・P2009-76 (2009-7).