

デジタル直交検波器の一構成法

鬼追 一雅*・柏原 陣**・波多野 雅俊**

(平成22年11月1日受付)

A Study on Digital Quadrature Detector

Kazumasa KIOI, Jin KASHIHARA and Masatoshi HATANO

(Received Nov. 1, 2010)

Abstract

A Q-component interpolation method using the quad-frequency sampling technique for an OFDM signal demodulation was investigated on a theoretical basis. The authors proposed a novel criterion named “Q-component amplitude modulation coefficient,” which is a powerful tool for determination of optimal interpolation coefficients. The coefficient values in cases of two-point and four-point interpolation were estimated.

Key Words: Quadrature Detector, Lagrange Interpolation, OFDM,

1. まえがき

集積回路の微細化の進展に伴って通信用LSIでは、かつてアナログ回路で実現されていた処理のデジタル回路化が進んでいる。最近の受信用LSIでは直交検波用ミキサの手前でAD変換を行い、ミキシングはデジタル回路で行うのが一般的になっている。

また無線通信システムの多様化により、ソフトウェア無線(SDR: Software-Defined Radio)の必要性が増している[1]。FPGA(Field Programmable Gate Array)などのプログラマブル・デバイスで構成することによって、多種多様な無線システムに対応することが可能なシステムが実現可能である[2]。

ミキシングはアナログミキサと同様に、相対位相が 90° である \cos 波と \sin 波を入力信号に乗算するのが一般的である。この場合、三角関数の値を記憶した大きなテーブルを搭載するか、あるいは近似値を演算する回路が必要になる。しかしながら入力アナログ信号の中心周波数が一定範囲内の周波数にあるならば、デジタル信号処理の特性を利用することによって、AD変換時に実質的なミキシング

処理を行うことができる。筆者らはこれを4倍周波数サンプリング(quad-frequency sampling)と呼んでいる。

一般的にA/D変換器(ADC)のサンプリングレートを上げると実質的な分解能が下がるので、キャリア周波数以下でサンプリングを行うアンダーサンプリング手法を用いた直交検波法が有効である[3]。4倍周波数サンプリング法は適用できる中心周波数に制限が生じるが、アンダーサンプリング手法と組み合わせることによって幅広い周波数領域の入力信号に対応可能となる。

ただし、4倍周波数サンプリングはI/Qサンプリング・タイミングの時間差によって歪スペクトルが生じてしまう。これを解消するためにはサンプリング値の補間が必要となる。今回、我々は2点線形補間と4点補間について解析を行い、理論予測値を与えた。

2. 4倍周波数サンプリング法の原理

回路規模の小さな直交検波方式として、I成分のサンプリング点とQ成分のサンプリング点の間隔を受信信号の $1/($ 中心周波数 f_c の4倍)だけずらす方法がある[4]。我々は、Low-IF信号においてサンプリング周波数を $4f_c$ にす

* 広島工業大学情報学部情報工学科

** 広島工業大学大学院工学系研究科情報システム科学専攻

る方法を提案した。それを、ここでは「4倍周波数サンプリング」と呼ぶことにする。以下、4倍周波数サンプリングの詳細について説明する。

受信アナログ IF 信号（実信号）は OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 波であると想定し、

$$S(t) = \sum_k A_k \cos\{2\pi(f_c + f_k)t + \theta_k\} \quad (1)$$

$$= \left[\sum_k A_k \cos(2\pi f_k t + \theta_k) \right] \cos(2\pi f_c t) - \left[\sum_k A_k \sin(2\pi f_k t + \theta_k) \right] \sin(2\pi f_c t) \quad (2)$$

とする。ただし f_c は IF 中心周波数（キャリア周波数）、 f_k はサブキャリア k のキャリア周波数である。直交検波とは、受信実信号から(2)式の直交成分

$$I(t) = \sum_k A_k \cos(2\pi f_k t + \theta_k) \quad (3)$$

$$Q(t) = \sum_k A_k \sin(2\pi f_k t + \theta_k) \quad (4)$$

を取り出す処理である。 $I(t)$ を I 成分、 $Q(t)$ を Q 成分と呼ぶ。また A_k と θ_k はマッピングデータの I 成分と Q 成分が作る複素ベクトルの振幅と位相であり、

$$I_k + jQ_k = A_k e^{j\theta_k} = A_k \cos\theta_k + jA_k \sin\theta_k$$

を満たす。以下、4倍周波数サンプリングの原理を説明する。デジタル直交検波では、まず、式(1)の受信アナログ IF 信号をサンプリング間隔 T_s でサンプリングして受信デジタル IF 信号を得る。サンプリング点 $t_n = nT_s$ におけるデジタル IF 信号は式(1)を離散化して、

$$S[nT_s] = \sum_k A_k \cos\{2\pi(f_c + f_k)nT_s + \theta_k\} = \left[\sum_k A_k \cos(2\pi f_k nT_s + \theta_k) \right] \cdot \cos(2\pi f_c nT_s) - \left[\sum_k A_k \sin(2\pi f_k nT_s + \theta_k) \right] \cdot \sin(2\pi f_c nT_s) \quad (5)$$

$$= I[nT_s] \cdot \cos(2\pi f_c nT_s) - Q[nT_s] \cdot \sin(2\pi f_c nT_s)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

を得る。このとき、サンプリング周波数 $F_s (= 1/T_s)$ をキャリア周波数 f_c の4倍と一致させると、サンプリング間隔は $T_s = \frac{1}{4f_c}$ だから、式(5)の $2\pi f_c nT_s$ の項は $2\pi \cdot \left(\frac{n}{4}\right)$ となり、 n が4の剰余系に対して、

$$n = 4m \text{ のとき, } \begin{cases} \cos(2\pi f_c nT_s) = \cos(2\pi m) = 1 \\ \sin(2\pi f_c nT_s) = \sin(2\pi m) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$n = 4m + 1 \text{ のとき, } \begin{cases} \cos(2\pi f_c nT_s) = \cos\left(2\pi m + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \\ \sin(2\pi f_c nT_s) = \sin\left(2\pi m + \frac{\pi}{2}\right) = 1 \end{cases} \quad (7)$$

$$n = 4m + 2 \text{ のとき, } \begin{cases} \cos(2\pi f_c nT_s) = \cos(2\pi m + \pi) = -1 \\ \sin(2\pi f_c nT_s) = \sin(2\pi m + \pi) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$n = 4m + 3 \text{ のとき, } \begin{cases} \cos(2\pi f_c nT_s) = \cos\left(2\pi m + \frac{3\pi}{2}\right) = 0 \\ \sin(2\pi f_c nT_s) = \sin\left(2\pi m + \frac{3\pi}{2}\right) = -1 \end{cases} \quad (9)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

となり、 f_c を消去できる。式(5)の $S[nT_s]$ はそれぞれの場合について、

$$S[4mT_s] = I[4m] \cdot 1 - Q[4m] \cdot 0 = I[t_{4m}] \quad (10)$$

$$S[(4m+1)T_s] = I[4m+1] \cdot 0 - Q[4m+1] \cdot 1 = -Q[t_{4m+1}] \quad (11)$$

$$S[(4m+2)T_s] = I[4m+2] \cdot (-1) - Q[4m+2] \cdot 0 = -I[t_{4m+2}] \quad (12)$$

$$S[(4m+3)T_s] = I[4m+3] \cdot 0 - Q[4m+3] \cdot (-1) = Q[t_{4m+3}] \quad (13)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

となる。このように4倍周波数サンプリングでは受信デジタル IF 信号は、実質的に $I_0, -Q_1, -I_2, Q_3, \dots$ を取り出したことになる。このデータ列の n が偶数番目のデータを I 成分、奇数番目のデータを Q 成分として取り出せば、サンプリング周波数 $\frac{F_s}{2} = 2f_c$ の直交信号を取り出したことになる。ミキサはマルチプレクサと符号反転回路で実現できることになる。ただし、この方法では図1に示すように I と Q のサンプリング点は T_s だけずれており直交性は若干崩れる。

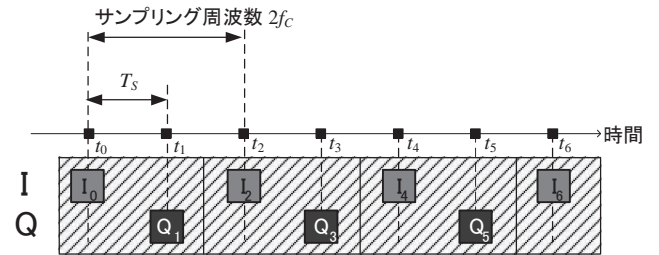


図1 4倍周波数サンプリングによる I/Q 成分抽出

この方法では式(11)の値を t_{4m} での Q のサンプリング値として扱っていることになる。実際には、

$$Q[t_{4m+1}] = \sum_k A_k \sin[2\pi f_k t_{4m+1} + \theta_k] = \sum_k A_k \sin[2\pi f_k t_{4m} + \theta_k + 2\pi f_k T_s]$$

であるから、 $2\pi f_k T_s$ だけ直交状態からずれた量を使用している。

このようすを図2に示す。各サブキャリアは $2\pi f_k T_s$ だけ回転した点の Q 値を I 値のペアとして採用しているので、●のベクトルで示したように振幅と位相が異なる点の値の重ね合わせを抽出していることになる。

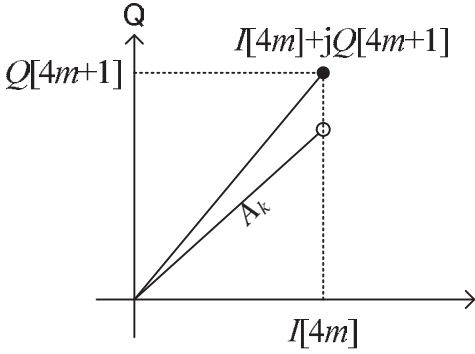


図2 複素平面上でのあるひとつのサブキャリア信号の配置関係。●のように振幅と位相が異なる信号を使用していることになる。

このサンプリング点のずれをなくすには、直交検波用ミキサのミキシング周波数を $F_{LO} = f_c$ としてミキシングすればよい。図3にサンプリング点のずれをなくした直交検波器の構成図を示す。ミキシング周波数が f_c で、サンプリング周波数が $4f_c$ なので、ミキサのI成分抽出用乗数は $\cos(2\pi n/4) = 1, 0, -1, 0, \dots$ (14)

Q成分抽出用乗数は $-\sin(2\pi n/4) = 0, -1, 0, 1, \dots$ (15)

となる。これらを被乗数であるデジタルIF信号 $S[nT_s]$ に乗算すれば、ミキサの出力として、

$$I[0], 0, I[2], 0, \dots : I \text{ 成分} \quad (16)$$

$$0, Q[1], 0, Q[3], \dots : Q \text{ 成分} \quad (17)$$

が得られる。このとき、サンプリング周波数は、ADCのサンプリング周波数と等しく、 $4f_c$ である。このようにADCにおいて4倍周波数サンプリングを実施することにより、ミキサは1, 0, -1の数値を乗算するだけで、正確にI成分とQ成分を抽出できる。

3. サンプリング値の補間 (補間フィルタ)

このときのミキサの出力信号列は、サンプリング周波数 $F_s/2$ のサンプリングデータを0補間してサンプリング周波数 F_s にアップサンプリングしたデータと等価になっている。すなわちサンプリング周波数 $F_s/2$ のときの $-f_k$ (イメージ波) の第1番目のエイリアス波が残っている状態である。サンプリング周波数 F_s で正しくI/Q成分を取り出すためには補間フィルタを用いて、このエイリアス波を除去しなければならない。

補間を行うには補間フィルタを使用するが、補間方法によって性能に差が生じる。そこで今回は補間方法として、2点補間と4点補間について歪スペクトルを評価し、理論予測値を与えた。

3.1 2点による直線補間

直線補間として、一つ手前のQの値との平均で $Q_{LN}[0]$,

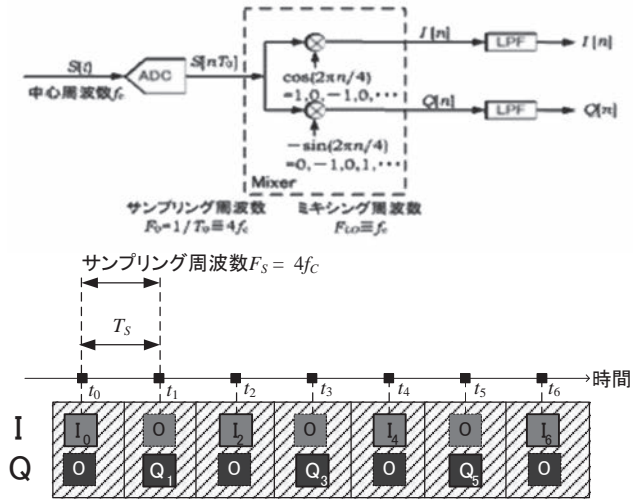


図3 サンプリング点にずれのない直交検波器

$Q_{LN}[2], \dots$ を求める場合を考える。一つ前のQの値は、

$$Q[t_{4m-1}] = \sum_k A_k \sin[2\pi f_k t_{4m-1} + \theta_k] \\ = \sum_k A_k \sin[2\pi f_k t_{4m} + \theta_k - 2\pi f_k T_s] \quad (18)$$

であるから、 $Q[t_{4m-1}] + Q[t_{4m+1}]$ は積和公式を用いると

$$2Q_{LN}[0] = Q[t_{4m-1}] + Q[t_{4m+1}] \\ = \sum_k A_k \sin(2\pi f_k t_{4m} + \theta_k - 2\pi f_k T_s) \\ + \sum_k A_k \sin(2\pi f_k t_{4m} + \theta_k + 2\pi f_k T_s) \quad (19) \\ = 2 \sum_k A_k \cos(2\pi f_k T_s) \sin(2\pi f_k t_{4m} + \theta_k)$$

となる。ただし急速なフェージングがある場合は振幅 A_k が時間に依存し $A_k(t_{4m-1}) \neq A_k(t_{4m+1})$ であるから式(19)は成り立たなくなる。

式(19)では少なくとも、 $I[t_{4m}]$ と完全に直交した値の項 $\sin(2\pi f_k t_{4m} + \theta_k)$ が分離された形で表現できた。ここで、

$$\rho_1 = \cos(2\pi f_k T_s) \quad (20)$$

と置くと、

$$Q_{LN}[0] = \sum_k \rho_1 A_k \sin(2\pi f_k t_{4m} + \theta_k) \quad (21)$$

である。図4に式(19)中の任意のサブキャリアひとつについての複素平面上での信号配置関係を示す(信号点ベクトルを表すものではない)。 $I[t_{4m}]$ と完全な直交関係にある $Q[t_{4m}]$ に対して、 $Q_{LN}[0] = (Q[t_{4m-1}] + Q[t_{4m+1}])/2$ は A_k であるべき振幅が ρ_1 倍 (< 1) になった信号点ベクトルのQ成分になっていると解釈できる。すなわちQ成分のみが ρ_1 で振幅変調された信号を採用しているのと同値である。

そこで ρ_1 を「Q成分振幅変調係数」(Q-component amplitude modulation coefficient) と名づけることにする。このサブキャリアの信号点ベクトルは○印のベクトルのように振幅と位相が変化したように見える。これはI軸側へ倒れる方向にのみ作用する。

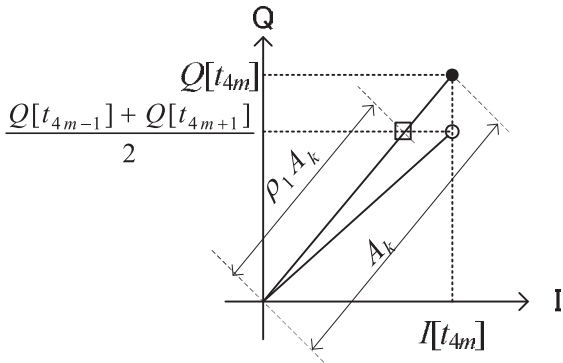


図4 サブキャリア信号の配置関係

3.2 4点による補間

同様に、前後の4点からの補間（4点補間）を考える。前項の直線補間と同様にして計算すると、

$$Q_{LG1}[0] = Q_{LN}[0] = \sum_k \rho_1 A_k \sin(2\pi f_k t_{4m} + \theta_k) \quad (22)$$

$$Q_{LG3}[0] = (Q[t_{4m-3}] + Q[t_{4m+3}]) / 2 = \sum_k A_k \cos(2\pi f_k \cdot 3T_S) \sin(2\pi f_k t_{4m} + \theta_k) \quad (23)$$

を得る。式23の「Q成分振幅変調係数」は

$$\rho_3 = \cos(2\pi f_k \cdot 3T_S) \quad (24)$$

である。式22と式23から、

$$\alpha Q_{LG1} + \beta Q_{LG3} = \sum_k [\alpha \rho_1(k) + \beta \rho_3(k)] A_k \sin(2\pi f_k t_{4m} + \theta_k) \quad (25)$$

となる。式25の「Q成分振幅変調係数」をkに関係なく定数1にできれば、常にI成分に厳密に直交した値が得られる。すなわちkの関数として、

$$\alpha \rho_1(k) + \beta \rho_3(k) = \alpha \cos(2\pi f_k \cdot T_S) + \cos(2\pi f_k \cdot 3T_S) \equiv 1 \quad (26)$$

となるように α と β を定めれば式26はすべてのサブキャリアについて式(10)と正確に直交した値となる。以下、 $\alpha + \beta = 1$ として規格化しておく。 $\alpha + \beta = 1$ と規格化し、 $\alpha = 9/8$ とすれば式26はラグランジュ補間 [5]（ニュートン補間ともいう）と等価である。

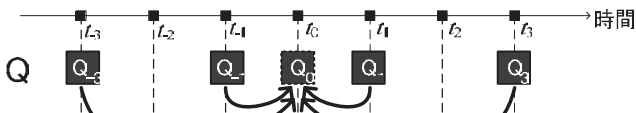


図5 4点補間。4つのQ値からQ[0]を求める。

4. 結果と考察

ここまでの検討でQ成分振幅変調係数の値が1に近くように α （と β ）を定めれば良いことがわかった。そこで α の値を変えたときのQ成分振幅変調係数のキャリア周波数依存性を求め、最も1付近で変化しないと予測さ

れる値を探索した。

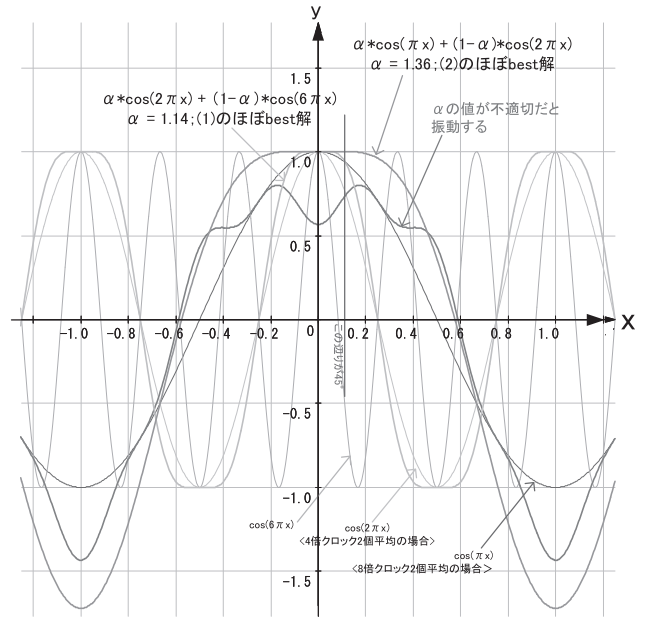


図6 振幅変調率のサブキャリア周波数依存性

図6は種々の条件におけるQ成分振幅変調係数のキャリア周波数依存性を調べた結果である。横軸は $x = f_k T_S$ の値になっているので、例えば $x = 0.25$ は $\pi / 2$ に対応している。2点の直線補間（2個平均）では大きく変動しており、直交状態からのずれが大きいことが分かる。

図7に $\alpha = 1.14$ と $\alpha = 1.1875$ の場合のQ成分振幅変調係数を示す。横軸は同じく $x = f_k T_S$ の値になっている。 $\pi / 4$ 程度までにおいてQ成分振幅変調係数の変動が少ない条件の代表的な値である。1.1875は $1 + 1/8 + 1/16$ でありハードウェア化に適した値になっている。 $\alpha = 1.14$ では $x = 0.063$ 付近、 $\alpha = 1.1875$ では $x = 0.11$ 付近で $y = 1.0$ を横切る。

Q成分振幅変調係数に起因する誤差はこのように厳密に計算できるので、回路規模にさえ問題なければFFT後の各サブキャリアデータにおいて更に修正することが可能である。

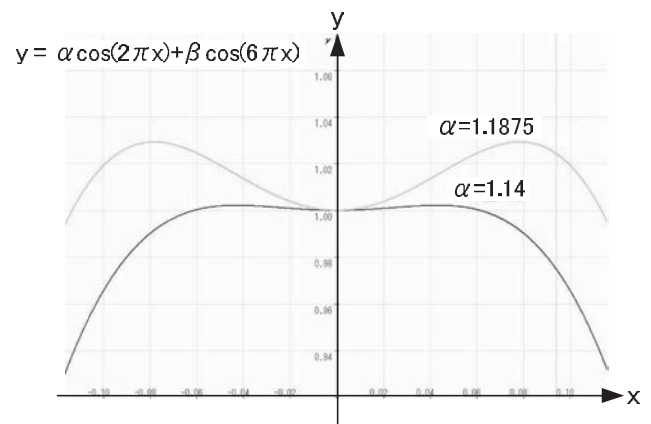


図7 Q成分振幅変調係数のキャリア周波数依存性。 $x = f_k T_S$ に対応している。

5. むすび

OFDM 信号に 4 倍周波数サンプリング法を適用した場合の直交検波器の Q 成分補間法について理論的検討を行った。「Q 成分振幅変調係数」という評価指標を提案し、関数解析によって 2 点直線補間と 4 点補間を適用した場合について評価を行い、理論予測値を与えた。

今後は、区分放物線補間 (PPI, Piecewise Parabolic Interpolation)[6] 等の補間法についても検討を加え、更なる改善を目指す。

文 献

- [1] H. Tsurumi and Y. Suzuki, "Broadband RF stage architecture for software-defined radio in handheld terminal applications," *IEEE Communications Magazine*, Vol.37, No.2, pp.90-95, Feb. 1999.
- [2] T. Hentschel and G. Fettweis, "Sample Rate Conversion for Software Radio," *IEEE Communications Magazine*, Vol.38, No.8, pp.142-150, Aug. 2000.
- [3] 須崎寛則, "高速・高精度周波数計測法の超音波ドプラ・ソナーへの応用," *DSP & Communications Conference 2000*, 20 Jan. 2000.
- [4] 特開平 5-336185, "デジタル直交検波復調器", 公開特許公報, 1993.12.17.
- [5] 濱裕光, 柳, 阮: 「シグナルとシステムの数学」, 森北出版 (1997 年). pp.186-187
- [6] L. Erup, F. M. Gardner, and R. A. Harris, "Interpolation in digital modems - part II: implementation and performance," *IEEE Trans. Communications*, vol.41, No.6, pp.998-1008, June 1993.
- [7] A. V. Oppenheim, *et.al.*, *Discrete-Time Signal Processing*, reading, Prentice-Hall, 1999.

