

# 回転対称形球面鏡アンテナの鏡面修整法

浦崎 修治\*・岡田 尚樹\*\*

(平成22年8月3日受付)

## Reflector Shaping Method of an Axially Symmetrical Spherical Reflector Antenna

Shuji URASAKI and Naoki OKADA

(Received Aug. 3, 2010)

### Abstract

In an axially symmetrical reflector antenna having the sub-reflector and the additional reflector of non-quadric surface between the spherical main reflector and the primary feed, we present the reflector shaping method to correct the spherical aberration and to control the amplitude distribution in the aperture of the main reflector.

**Key Words:** reflector antenna, aperture antenna, spherical reflector antenna

### 1. まえがき

球面鏡アンテナは球面収差が存在するため、球面収差を補正する副反射鏡を設ける必要があります。この副反射鏡を用いた場合の球面鏡、すなわち主反射鏡上の開口分布は逆テーパ分布であることが報告されている<sup>(1)</sup>。

逆テーパ分布は利得低下、サイドロープレベルの上昇などの放射特性劣化をもたらすので、開口分布を制御できるためには主反射鏡である球面鏡と一次放射器との間に、副反射鏡の他にもう一枚の反射鏡、すなわち補助反射鏡を設ける必要がある。この開口分布を制御するための副反射鏡、補助反射鏡は非二次曲面すなわち修整曲面となる。

カセグレンアンテナの鏡面修整法において、修整曲面を数値的に求める方法<sup>(2)</sup>、また、これらの修整鏡面を異なる鏡面定数を持つ二次曲面群で構成する方法が報告されている<sup>(3)</sup>。ここでは、後者の二次曲面群による鏡面修整法を示す

### 2. 鏡面修整法

主反射鏡である球面鏡と一次放射器に設ける修整曲面である副反射鏡、および補助反射を設計する場合、まずアン

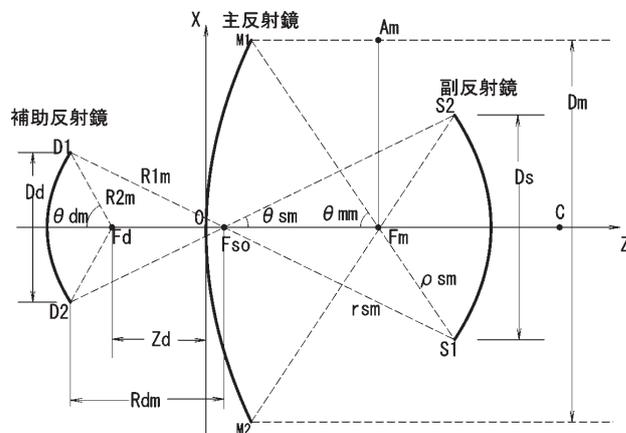


図1 鏡面構成

テナ全体の外形を初期値として与える必要がある。次に、反射の条件、光路長一定の条件、および電力の条件から修整副反射鏡と修整補助反射鏡を求める鏡面修整法について述べる。

#### 2.1 外形寸法

主反射鏡、副反射鏡および補助反射鏡はZ軸に関して回転対称とする。主反射鏡の周辺  $M_1$ ,  $M_2$  に入射した光線

\* 広島工業大学工学部電気システム工学科

\*\* 三菱電機エンジニアリング

は以下、副反射鏡の周辺  $S_1, S_2$  に、補助反射鏡の周辺  $D_1, D_2$  に向かい、最終的には焦点  $F_d$  に集束する。主反射鏡は Z 軸上の点 C を中心とする球面で、開口径  $|M_1M_2|$  を  $D_m$ 、頂点を点 O とする。  $M_1, M_2$  における反射光線は Z 軸と交わり、これを  $F_m$  とする。  $\angle M_1F_mO (= \angle M_2F_mO)$  は主反射鏡の開口角  $\theta_{mm}$  である。この  $D_m, \theta_{mm}$  を与えると球面鏡の半径  $R_m$  および点  $M_1, F_m$  の Z 座標  $Z_{m1}, Z_{fm}$  は次のようになる。

$$R_m = \frac{D_m}{2\sin(\frac{\theta_{mm}}{2})} \quad (1)$$

$$Z_{m1} = R_m(1 - \cos\frac{\theta_{mm}}{2}) \quad (2)$$

$$Z_{fm} = R_m - \frac{D_m}{2\sin\theta_{mm}} \quad (3)$$

次に、副反射鏡の開口径  $|S_1S_2|$  を  $D_s$  とする。また、  $S_1, S_2$  で反射した光線も Z 軸と交わり、これを  $F_{s0}(0, Z_{fs0})$  とする。点  $F_{s0}$  から  $S_1S_2$  を見込む角(半値)を  $\theta_{sm}$ 、  $|F_{s0}S_1| (= |F_{s0}S_2|)$  を  $r_{sm}$  とすると点  $S_1, S_2$  の反射の条件から次のようになる。

$$\tan\theta_{sm} = \frac{D_s}{2(Z_{fm} - Z_{fs0} + \rho_{sm}\cos\theta_{mm})} \quad (4)$$

$$r_{sm} = \frac{D_s}{2\sin\theta_{sm}} \quad (5)$$

ここで、  $\rho_{sm}$  は  $|F_mS_1| (= |F_mS_2|)$  で次のようになる。

$$\rho_{sm} = \frac{D_s}{2\sin\theta_{mm}} \quad (6)$$

なお、点  $S_1, S_2$  は点  $F_{s0}, F_m$  を焦点とする楕円面上の点である。

次に、点  $F_{s0}$  を通過した光線は補助反射鏡の周辺  $D_1, D_2$  に向かい、ここでも反射して焦点  $F_d(0, Z_d)$  に集束するものとする。したがって、点  $D_1, D_2$  は点  $F_{s0}, F_d$  を焦点とする楕円面上の点である。補助反射鏡の開口径  $|D_1D_2|$  を  $D_d$  とすると、  $R_{1m} (= |F_{s0}D_1|, |F_{s0}D_2|)$ 、  $R_{2m} (= |F_dD_1|, |F_dD_2|)$  は次のようになる。

$$R_{1m} = \sqrt{R_{dm}^2 + (\frac{D_d}{2})^2} \quad (7)$$

$$R_{2m} = \sqrt{\{R_{dm} - (-Z_d + Z_{fs0})\}^2 + (\frac{D_d}{2})^2} \quad (8)$$

$$R_{dm} = \frac{D_d}{2\tan\theta_{sm}} \quad (9)$$

したがって、補助反射鏡の焦点距離  $f_d$ 、離心率  $e_d$  は次のようになる。

$$f_d = \frac{-Z_d + Z_{fs0}}{2} \quad (10)$$

$$e_d = \frac{f_d}{a_d} \quad (11)$$

$$a_d = \frac{R_{1m} + R_{2m}}{2} \quad (12)$$

点  $F_m$  を含み、Z 軸と垂直な面、すなわち開口面と点  $M_1$  へ入射する光線が交わる点を  $A_m$  とすると、  $A_m$  から  $F_d$  までの全光路長  $L$  は次のようになる。

$$L = (Z_{fm} - Z_{m1}) + \frac{D_m}{2\sin\theta_{mm}} + \rho_{sm} + r_{sm} + R_{1m} + R_{2m} \quad (13)$$

## 2.2 反射の条件

図 2 に示すように、主反射鏡の点  $M(X_m, Z_m)$  に入射した光線が反射して副反射鏡上の点  $S(X_s, Z_s)$  に向かうものとする。光線  $\overrightarrow{MS}$  が Z 軸と交わる点を  $F(0, Z_f)$  とする。  $X_m$  をパラメータとして与えると、  $Z_m, Z_f$  は次のようになる。

$$Z_m = R_m(1 - \cos\frac{\theta_m}{2}) \quad (14)$$

$$\sin\frac{\theta_m}{2} = \frac{X_m}{R_m} \quad (15)$$

$$Z_f = R_m(1 - \frac{1}{2\cos\frac{\theta_m}{2}}) \quad (16)$$

次に、点 S で反射した光線が補助反射鏡上の点  $D(X_d, Z_d)$  に進むものとする。光線  $\overrightarrow{SD}$  が Z 軸と交わる点を  $F_s(0, Z_{fs})$  とする。最後に、点 D で反射して、焦点  $F_d(0, Z_d)$  へ集束する。したがって、図 2 に示すように点 S は点  $F, F_s$  を焦点とする楕円面上の点であり、点 D は点  $F_s, F_d$  を焦点とする楕円面上の点となる。

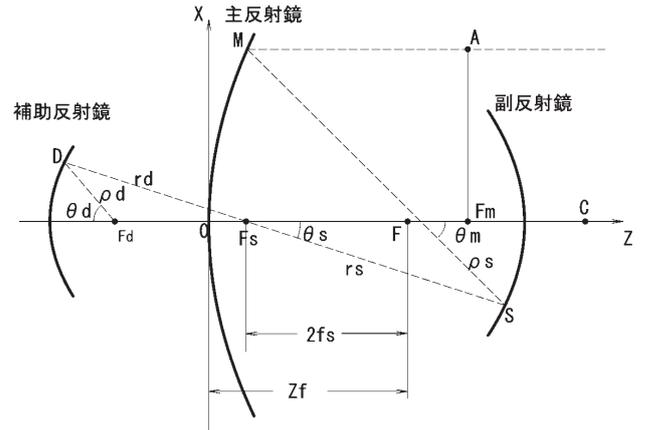


図 2 反射の法則

点 S を含む楕円面において、  $|FS|$  を  $\rho_s$ 、  $|SF_s|$  を  $r_s$ 、  $\angle FF_sS$  を  $\theta_s$  とすると次式が得られる。

$$\rho_s + r_s = 2a_s \quad (17)$$

$$Z_f - Z_{fs} = 2f_s \quad (18)$$

$$e_s = \frac{f_s}{a_s} \quad (19)$$

$$\tan \frac{\theta_s}{2} = \frac{1 - e_s}{1 + e_s} \tan \frac{\theta_m}{2} \quad (20)$$

ここで、 $e_s$  は離心率、 $f_s$  は焦点距離である。

点 S における反射の法則は付録から次のようになる。

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{d\rho_s}{d\theta_m} = \tan \frac{\theta_m - \theta_s}{2} - \frac{1}{\rho_s} \frac{d\delta}{d\theta_m} \frac{\cos \frac{\theta_m + \theta_s}{2}}{\cos \frac{\theta_m - \theta_s}{2}} \quad (21)$$

$$\frac{d\delta}{d\theta_m} = -\frac{R_m}{2} \frac{\tan \frac{\theta_m}{2}}{\cos \frac{\theta_m}{2}} \quad (22)$$

式 (20) を (21) の右辺の第一項に代入して、次のようになる。

$$\tan \frac{\theta_m - \theta_s}{2} = \frac{e_s \sin \theta_m}{e_s \cos \theta_m + 1} \quad (23)$$

また、 $\rho_s$  は楕円の公式から次のようになる。

$$\rho_s = \frac{a_s(1 - e_s^2)}{1 + e_s \cos \theta_m} \quad (24)$$

式 (24) を (21) の左辺に代入すると、次のようになる。

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{d\rho_s}{d\theta_m} = \frac{g_{02} \frac{df_s}{d\theta_m} - g_{01} \frac{de_s}{d\theta_m} f_s + f_s(1 - e_s^2)e_s^2 \sin \theta_m}{f_s(1 - e_s^2)e_s(1 + e_s \cos \theta_m)} \quad (25)$$

ここで、 $g_{01}$ 、 $g_{02}$  は次式で与えられる。

$$g_{01} = 1 + 2e_s \cos \theta_m + e_s^2 \quad (26)$$

$$g_{02} = e_s(1 - e_s^2)(1 + e_s \cos \theta_m) \quad (27)$$

式 (25) を整理すると次のようになる。

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{d\rho_s}{d\theta_m} = \frac{1}{f_s} \frac{df_s}{d\theta_m} - \frac{g_{01}}{g_{02}} \frac{de_s}{d\theta_m} + \frac{e_s \sin \theta_m}{e_s \cos \theta_m + 1} \quad (28)$$

式 (21), (23), (28) から次のようになる。

$$\frac{df_s}{d\theta_m} = f_s g_0 \frac{de_s}{d\theta_m} + B_0 \quad (29)$$

ここで、 $g_0$ 、 $B_0$  は次式で与えられる

$$g_0 = \frac{g_{01}}{g_{02}} \quad (30)$$

$$B_0 = \frac{R_m}{4} \frac{e_s(1 + e_s \cos \theta_m)}{(1 - e_s^2)} \frac{\tan \frac{\theta_m}{2}}{\cos \frac{\theta_m}{2}} \frac{\cos \frac{\theta_m + \theta_s}{2}}{\cos \frac{\theta_m - \theta_s}{2}} \quad (31)$$

### 2.3 光路長一定の条件

点 D を含む楕円面において、 $|F_d D|$  を  $\rho_d$ 、 $|DF_s|$  を  $r_d$ 、 $\vec{DF_s}$  と Z 軸とのなす角を  $\theta_d$  とすると次式が得られる。

$$\rho_d + r_d = 2a_d \quad (32)$$

$$Z_{f_s} - Z_d = 2f_d \quad (33)$$

$$e_d = \frac{f_d}{a_d} \quad (34)$$

$$\tan \frac{\theta_s}{2} = \frac{1 - e_d}{1 + e_d} \tan \frac{\theta_d}{2} \quad (35)$$

ここで、 $e_d$  は離心率、 $f_d$  は焦点距離である。図 2 において、点  $F_m$  を含む開口面と点 M へ入射する光線と交わる点を点 A とすると、A から  $F_d$  までの全光路長 L は次のようになる。

$$L = (Z_{f_m} - Z_m) + \frac{X_m}{\sin \theta_m} + (\rho_s + r_s) + (\rho_d + r_d) \quad (36)$$

式 (36) は  $e_s$ 、 $f_s$ 、 $e_d$ 、 $f_d$  を用いると次のようになる。

$$2 \frac{f_d}{e_d} + 2 \frac{f_s}{e_s} = L + H_0(\theta_m) \quad (37)$$

$$H_0(\theta_m) = R_m \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\cos \frac{\theta_m}{2}} - \frac{1}{\cos \frac{\theta_m}{2}} \right) - \cos \frac{\theta_m}{2} \right] \quad (38)$$

また、焦点  $F$ 、 $F_s$  および  $F_d$  間の関係から次式が得られる。

$$f_d = -f_s + H_1(\theta_m) \quad (39)$$

$$H_1(\theta_m) = \frac{R_m}{2} \left( 1 - \frac{1}{2 \cos \frac{\theta_m}{2}} \right) - \frac{Z_d}{2} \quad (40)$$

次に式 (20)、式 (35) から次式が得られる。

$$\frac{1 - e_s}{1 + e_s} \tan \frac{\theta_m}{2} = \frac{1 - e_d}{1 + e_d} \tan \frac{\theta_d}{2} \quad (41)$$

上式から、 $e_d$  は次のようになる。

$$e_d = \frac{t_p e_s + t_m}{t_m e_s + t_p} \quad (42)$$

$$t_p = \tan \frac{\theta_d}{2} + \tan \frac{\theta_m}{2} \quad (43)$$

$$t_m = \tan \frac{\theta_d}{2} - \tan \frac{\theta_m}{2} \quad (44)$$

式 (39)、(42) を式 (37) に代入して次式を得る。

$$g_1(e_s, \theta_d, \theta_m) f_s = g_2(e_s, \theta_d, \theta_m) \quad (45)$$

$$g_1(e_s, \theta_d, \theta_m) = t_m(1 - e_s^2) \quad (46)$$

$$g_2(e_s, \theta_d, \theta_m) = -e_s(t_m e_s + t_p) H_1 + \frac{e_s}{2} (t_p e_s + t_m) (L + H_0) \quad (47)$$

### 2.4 電力の条件

開口面の振幅分布  $E_a$ 、点  $F_d$  に置かれるホーンの放射パターンを  $E_p$  とすると、次の電力条件が成り立つ。

$$\frac{\int_0^{\theta_d} |E_p(\theta_d)|^2 \sin \theta_d d\theta_d}{\int_0^{\theta_{dm}} |E_p(\theta_d)|^2 \sin \theta_d d\theta_d} = \frac{\int_0^{x_m} |E_a(\rho)|^2 \rho d\rho}{\int_0^{D_m/2} |E_a(\rho)|^2 \rho d\rho} \quad (48)$$

ここで、 $\theta_{dm}$  は点 D が周辺  $D_1$  に一致した場合の  $\theta_d$  である。

いま、振幅分布  $E_a$ 、放射パターン  $E_p$  を次のように与える。

$$|E_p(\theta)|^2 = \cos^n \theta_d \quad (49)$$

$$E_a(\rho) = 1 \quad (50)$$

式 (49)、(50) を式 (48) に代入して次式を得る。

$$x_m = \frac{D_m}{2} \sqrt{\frac{1 - \cos^{n+1} \theta_d}{1 - \cos^{n+1} \theta_{dm}}} \quad (51)$$

式 (15) の  $x_m$  を上式に代入して次のようになる。

$$\sin \frac{\theta_m}{2} = \sin \frac{\theta_{mm}}{2} \sqrt{\frac{1 - \cos^{n+1} \theta_d}{1 - \cos^{n+1} \theta_{dm}}} \quad (52)$$

## 2.5 微分方程式の導出

式 (45) の両辺を  $\theta_m$  で微分すると、次の常微分方程式が得られる。

$$\frac{dg_1}{d\theta_m} f_s + g_1 \frac{df_s}{d\theta_m} = \frac{dg_2}{d\theta_m} \quad (53)$$

上式に式 (29) を代入すると次のようになる。

$$\frac{dg_1}{d\theta_m} \frac{g_2}{g_1} + g_1 (f_s g_0 \frac{de_s}{d\theta_m} + B_0) = \frac{dg_2}{d\theta_m} \quad (54)$$

式 (46)、(47) から  $\frac{dg_1}{d\theta_m}$ 、 $\frac{dg_2}{d\theta_m}$  を求めて整理すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} g_1 (g_2 g_0 \frac{de_s}{d\theta_m} + g_1 B_0) &= g_1 \frac{dg_2}{d\theta_m} - g_2 \frac{dg_1}{d\theta_m} \\ &= g_4 \frac{de_s}{d\theta_m} + g_5 \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} g_4 &= g_1 [-(t_m e_s + t_p) H_1 + \frac{t_p e_s + t_m}{2} (L + H_0) \\ &\quad + e_s \{-H_1 t_m + \frac{1}{2} (L + H_0) t_p\}] + 2g_2 t_m e_s \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} g_5 &= g_1 e_s [-H_1 (\frac{dt_m}{d\theta_m} e_s + \frac{dt_p}{d\theta_m}) - (t_m e_s + t_p) \frac{dH_1}{d\theta_m} \\ &\quad + \frac{1}{2} (L + H_0) (\frac{dt_p}{d\theta_m} e_s + \frac{dt_m}{d\theta_m}) + \frac{(t_p e_s + t_m)}{2} \frac{dH_0}{d\theta_m}] \\ &\quad - g_2 (1 - e_s^2) \frac{dt_m}{d\theta_m} \end{aligned} \quad (57)$$

$$\frac{dt_p}{d\theta_m} = \frac{1}{2} [\sec^2 \frac{\theta_d}{2} \frac{d\theta_d}{d\theta_m} + \sec^2 \frac{\theta_m}{2}] \quad (58)$$

$$\frac{dt_m}{d\theta_m} = \frac{1}{2} [\sec^2 \frac{\theta_d}{2} \frac{d\theta_d}{d\theta_m} - \sec^2 \frac{\theta_m}{2}] \quad (59)$$

$$\frac{dH_0}{d\theta_m} = R_m [-\frac{\tan \frac{\theta_m}{2}}{4 \cos \frac{\theta_m}{2}} + \frac{1}{2} \sin \frac{\theta_m}{2}] \quad (60)$$

$$\frac{dH_1}{d\theta_m} = -\frac{R_m}{8} \cdot \frac{\tan \frac{\theta_m}{2}}{\cos \frac{\theta_m}{2}} \quad (61)$$

$$\frac{d\theta_d}{d\theta_m} = \frac{\sqrt{1 - \cos^{n+1} \theta_{dm}}}{(n+1) \sin \frac{\theta_{dm}}{2}} \frac{\sqrt{1 - \cos^{n+1} \theta_d}}{\sin \theta_d \cos^n \theta_d} \cos \frac{\theta_m}{2} \quad (62)$$

式 (55) から  $\frac{de_s}{d\theta_m}$  の常微分方程式が次のようになる。

$$(g_0 g_1 g_2 - g_4) \frac{de_s}{d\theta_m} = g_5 - g_1^2 B_0 \quad (63)$$

## 3. 鏡面修整法の一般化

### 3.1 鏡面の組み合わせ

2章の式で導き出される鏡面は、副反射鏡および補助反射鏡は楕円面鏡であるが、修整鏡面は場所によって楕円面鏡から双曲面鏡へと変化する。

したがって、各場所で副反射鏡が楕円面鏡で補助反射鏡が双曲面鏡、また逆に副反射鏡が双曲面鏡で補助反射鏡が楕円面鏡、両者とも双曲面鏡となり、種々の組み合わせとなる。副反射鏡で反射した光線と  $z$  軸との交点が副反射鏡と補助反射鏡の間にある組み合わせの場合を CROSS 形、一方、副反射鏡で反射した光線と  $z$  軸との交点が副反射鏡と補助反射鏡の外側にある組み合わせの場合を NO-CROSS 形として、表 1 に示すように 5 種類の鏡面の組み

表 1 鏡面の組み合わせ

		副反射鏡	補助反射鏡	図
NO-CROSS 形	$\alpha$ 型	双曲面	楕円面	図 3
	$\beta$ 型	楕円面	双曲面	図 4
	$\gamma$ 型	楕円面	双曲面	図 5
CROSS 形	$\delta$ 型	楕円面	楕円面	図 6
	原型	楕円面	楕円面	図 1

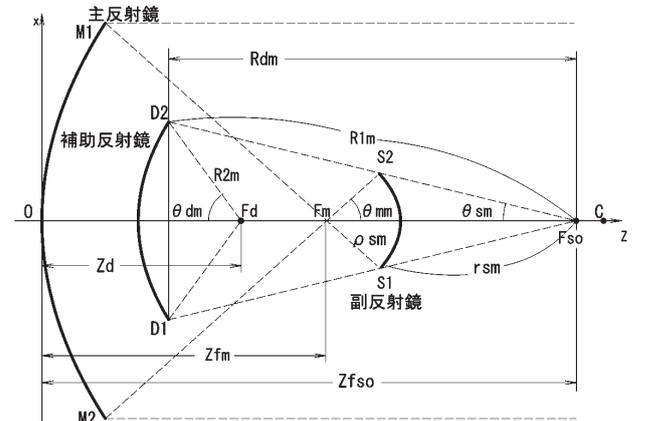


図 3  $\alpha$  型の鏡面構成

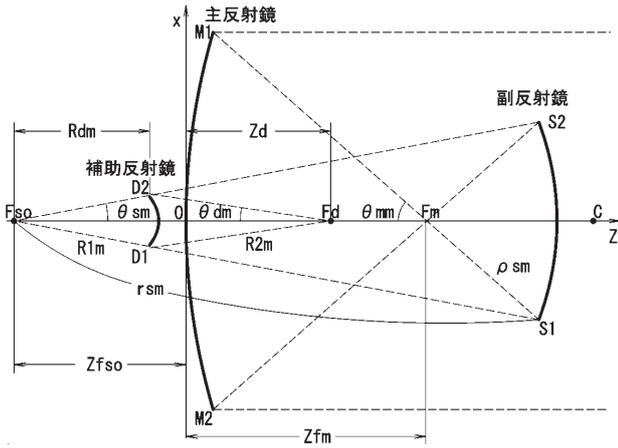


図4  $\beta$ 型の鏡面構成

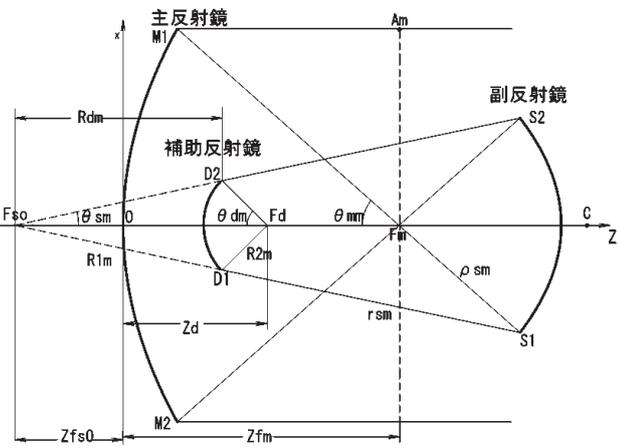


図5  $\gamma$ 型の鏡面構成

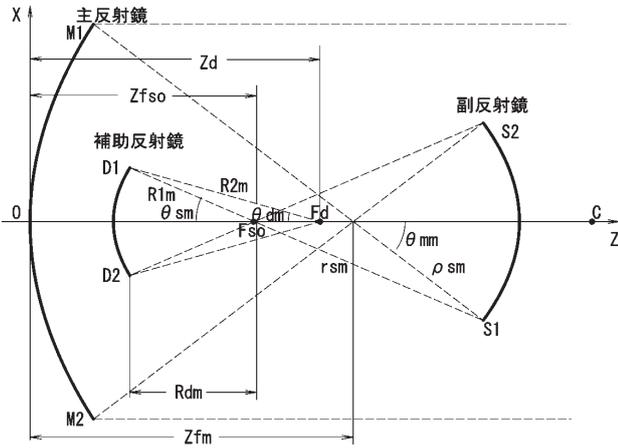


図6  $\delta$ 型の鏡面構成

合わせについて検討する。ここで、原型は2章で示した組み合わせとする。

NO-CROSS形は $a$ 型、 $\beta$ 型および $\gamma$ 型の組み合わせである。これらを図3、図4、および図5に示す。CROSS形は原型と $\delta$ 型の組み合わせである。原型は2章で示したので、 $\delta$ 型のみを図6に示す。

### 3.2 組み合わせの式

組み合わせによって鏡面修整法の式も変化する。ここでは2章で示した式から、変化する式のみを示す。

#### 3.2.1 NO-CROSS形

ここで $a$ は $a$ 型の鏡面を選択した場合、 $a = -1$ とし、 $\beta$ は $\beta$ 型の鏡面を選択した場合、 $\beta = -1$ とする。同様に $\gamma$ 型の鏡面を選択した場合は $\gamma = -1$ とする。

式(4)は次のようになる。

$$\tan\theta_{sm} = \alpha \frac{D_s}{2(Z_{fm} - Z_{fso} + \rho_{sm} \cos\theta_{mm})} \quad (64)$$

式(8)は次のようになる。

$$R_{2m} = \sqrt{\{\beta\gamma R_{dm} - (-Z_d + Z_{fso})\}^2 + (\frac{D_d}{2})^2} \quad (65)$$

式(10)、(12)は次のようになる。

$$f_d = \beta\gamma \frac{-Z_d + Z_{fso}}{2} \quad (66)$$

$$a_d = \frac{\beta R_{1m} + \gamma R_{2m}}{2} \quad (67)$$

式(13)は次のようになる。

$$L = (Z_{fm} - Z_{m1}) + \frac{D_m}{2\sin\theta_{mm}} + \rho_{sm} + \alpha r_{sm} + \beta\gamma R_{1m} + R_{2m} \quad (68)$$

式(17)、(18)は次のようになる。

$$\alpha\rho_s + r_s = 2a_s \quad (69)$$

$$\alpha(Z_f - Z_{fs}) = 2f_s \quad (70)$$

式(20)は次のようになる。

$$\tan\frac{\theta_s}{2} = \frac{\alpha(1 - e_s)}{1 + e_s} \tan\frac{\theta_m}{2} \quad (71)$$

式(24)、および $\rho_d$ は次のようになる。

$$\rho_s = \alpha \frac{a_s(1 - e_s^2)}{1 + e_s \cos\theta_m} \quad (72)$$

$$\rho_d = \gamma \frac{a_d(1 - e_d^2)}{1 + \beta e_d \cos\theta_d} \quad (73)$$

式(32)、(33)、(35)は次のようになる。

$$\gamma\rho_d + \beta r_d = 2a_d \quad (74)$$

$$\beta\gamma(Z_{fs} - Z_d) = 2f_d \quad (75)$$

$$\tan\frac{\theta_s}{2} = \beta\gamma \frac{1 - \beta e_d}{1 + \beta e_d} \tan\frac{\theta_d}{2} \quad (76)$$

式(36)は次のようになる。

$$L = (Z - Z_m) + \frac{X_m}{\sin\theta_m} + (\rho_s + \alpha r_s) + (\rho_d + \beta \gamma r_d) \quad (77)$$

式 (37) は次のようになる。

$$2\gamma \frac{f_d}{e_d} + 2\alpha \frac{f_s}{e_s} = L + H_0(\theta_m) \quad (78)$$

式 (39) は次のようになる。

$$f_d = \beta \gamma \{-\alpha f_s + H_1(\theta_m)\} \quad (79)$$

式 (41) は次のようになる。

$$\alpha \frac{1 - e_s}{1 + e_s} \tan \frac{\theta_m}{2} = \beta \gamma \frac{1 - \beta e_d}{1 + \beta e_d} \tan \frac{\theta_d}{2} \quad (80)$$

式 (43), (44) は次のようになる。

$$t_p = \tan \frac{\theta_d}{2} + \alpha \beta \gamma \tan \frac{\theta_m}{2} \quad (81)$$

$$t_m = \tan \frac{\theta_d}{2} - \alpha \beta \gamma \tan \frac{\theta_m}{2} \quad (82)$$

式 (47) は次のようになる

$$g_2(e_s, \theta_d, \theta_m) = -e_s(t_m e_s + t_p) \alpha H_1 + \alpha \frac{e_s}{2} (t_p e_s + t_m) (L + H_0) \quad (83)$$

式 (56), (57) は次のようになる

$$g_4 = \alpha g_1 [-(t_m e_s + t_p) H_1 + \frac{t_p e_s + t_m}{2} (L + H_0) + e_s \{-H_1 t_m + \frac{(L + H_0)}{2} t_p\}] + 2g_2 t_m e_s \quad (84)$$

$$g_5 = \alpha g_1 e_s [-H_1 \{ \frac{dt_m}{d\theta_m} e_s + \frac{dt_p}{d\theta_m} \} - (t_m e_s + t_p) \frac{dH_1}{d\theta_m} + \frac{(L + H_0)}{2} \{ \frac{dt_p}{d\theta_m} e_s + \frac{dt_m}{d\theta_m} \} + \frac{(t_p e_s + t_m)}{2} \frac{dH_0}{d\theta_m}] - g_2 (1 - e_s^2) \frac{dt_m}{d\theta_m} \quad (85)$$

式 (58), (59) は次のようになる。

$$\frac{dt_p}{d\theta_m} = \frac{1}{2} [\sec^2 \frac{\theta_d}{2} \frac{d\theta_d}{d\theta_m} + \alpha \beta \gamma \sec^2 \frac{\theta_m}{2}] \quad (86)$$

$$\frac{dt_m}{d\theta_m} = \frac{1}{2} [\sec^2 \frac{\theta_d}{2} \frac{d\theta_d}{d\theta_m} - \alpha \beta \gamma \sec^2 \frac{\theta_m}{2}] \quad (87)$$

### 3.2.2 CROSS 形

ここで  $\delta$  型の鏡面を選択した場合は  $\delta = -1$  となる。

式 (10) は次のようになる。

$$f_d = \delta \frac{-Z_d + Z_{fs0}}{2} \quad (88)$$

式 (35) は次のようになる。

$$\tan \frac{\theta_s}{2} = \frac{1 - \delta e_d}{1 + \delta e_d} \tan \frac{\theta_d}{2} \quad (89)$$

式 (39) は次のようになる。

$$f_d = \delta \{-f_s + H_1(\theta_m)\} \quad (90)$$

式 (41) は次のようになる。

$$\frac{1 - e_s}{1 + e_s} \tan \frac{\theta_m}{2} = \frac{1 - \delta e_d}{1 + \delta e_d} \tan \frac{\theta_d}{2} \quad (91)$$

式 (42) は次のようになる。

$$e_d = \delta \frac{t_p e_s + t_m}{t_m e_s + t_p} \quad (92)$$

## 4. むすび

要求する開口分布を一様とした場合、反射の条件、光路長一定の条件、および電力の条件から副反射鏡の離心率に関する常微分方程式を導いた。これを数値的に解いて修整鏡面である副反射鏡および補助反射鏡の鏡面形状を求めることができる。具体的な計算結果について、後報する。

## 付録 反射の法則

図7に示す凹面の場合の反射の法則は次のようになる。

$$\frac{d\rho}{\rho d\theta} = \tan \xi = \tan(\theta - \frac{\theta_m + \theta_s}{2}) \quad (93)$$

$$\xi = \frac{\theta_m - \theta_s}{2} - [\theta_m - \theta] \quad (94)$$

$$\rho \sin \theta = \rho_s \sin \theta_m \quad (95)$$

$$\rho \cos \theta = \rho_s \cos \theta_m + \delta \quad (96)$$

$$\delta = Z_f - Z_{fm}$$

$$= \frac{R_m}{2} \left( \frac{1}{\cos \frac{\theta_{mm}}{2}} - \frac{1}{\cos \frac{\theta_m}{2}} \right) \quad (97)$$

式 (95), (96) を  $\theta$  に関して微分し、整理すると

$$\frac{d\rho}{d\theta} = \frac{d\theta_m}{d\theta} \left[ \frac{d\rho_s}{d\theta_m} \cos(\theta - \theta_m) + \rho_s \sin(\theta - \theta_m) + \cos \theta \frac{d\delta}{d\theta_m} \right] \quad (98)$$

$$\rho = \frac{d\theta_m}{d\theta} \left[ -\frac{d\rho_s}{d\theta_m} \sin(\theta - \theta_m) + \rho_s \cos(\theta - \theta_m) - \sin \theta \frac{d\delta}{d\theta_m} \right] \quad (99)$$

式 (98), (99) を式 (93) に代入して整理すると

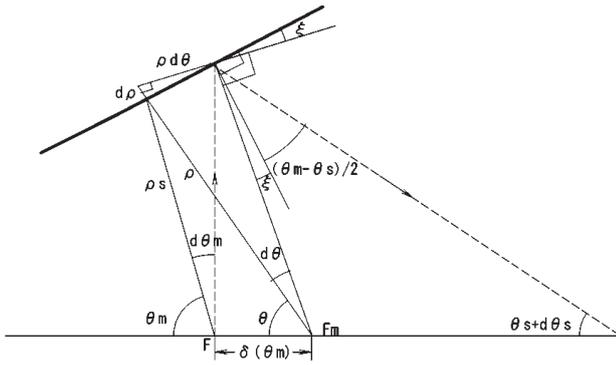


図7 凹面の反射の法則

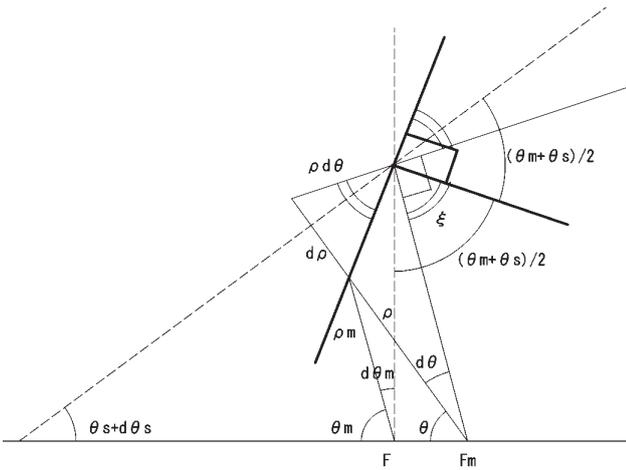


図8 凸面の反射の法則

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{d\rho_s}{d\theta_m} = \tan \frac{\theta_m - \theta_s}{2} - \frac{1}{\rho_s} \frac{d\delta}{d\theta_m} \frac{\cos \frac{\theta_m + \theta_s}{2}}{\cos \frac{\theta_m - \theta_s}{2}} \quad (100)$$

$$\frac{d\delta}{d\theta_m} = -\frac{R_m \tan \frac{\theta_m}{2}}{4 \cos \frac{\theta_m}{2}} \quad (101)$$

図8に示す凸面の場合、式(100)は次のようになる。

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{d\rho_s}{d\theta_m} = \tan \frac{\theta_m + \theta_s}{2} - \frac{1}{\rho_s} \frac{d\delta}{d\theta_m} \frac{\cos \frac{\theta_m - \theta_s}{2}}{\cos \frac{\theta_m + \theta_s}{2}} \quad (102)$$

## 文 献

- [1] 浦崎, “球面収差補正球形面鏡アンテナの設計法”, 信学技報, A・P2009-76 (2009-7).
- [2] 水沢, “鏡面修整カセグレンアンテナの放射特性に及ぼす副反射鏡放射パターンの効果,” 信学論 (B), 52-B, 2 (昭44-02).
- [3] 浦崎, 牧野, 宮原, 小林, “異なる鏡面定数の2次曲面群を用いた鏡面構成法,” アンテナ伝播研資, AP86-87.

