

# 高強度鋼組立材の弾性横座屈性状に関する研究

(その2 横座屈実験の結果)

玉井 宏章\*・高松 隆夫\*・山西 央朗\*\*・松尾 彰\*\*\*

(平成21年10月30日受理)

## Lateral Buckling Behavior of Build-Up Member Made of H-SA700 High strength steel (Part2 Experimental Results)

Hiroyuki TAMAI, Takao TAKAMATSU, Teruaki YAMANISHI and Akira MATSUO

(Received Oct. 30, 2009)

### Abstract

High strength Steel (H-SA700) was developed by Japanese Steel companies. Effective usage of the high strength steel for buildings was proposed in this paper. It was a weld-free build-up members which are fastened by high tension bolts of two cold-formed channels. To evaluate elastic flexural strength of the build-up members, it is necessary to get weak-axis flexural rigidity, torsion rigidity and warping rigidity. We proposed the formula of flexural strength, torsion and warping constants. We showed the validity and accuracy of the formula by use of comparison with experimental results.

**Key Words:** build-up member of high strength steel, lateral buckling, loading test, bolt pitch

## 1 序

激震(計測震度6.5)に対しても建築物は倒壊、損壊せず、さらに、速やかな機能復旧を可能とする新しい建築構造システムとして、建築物の主要部材に780N/mm<sup>2</sup>級の高強度鋼材を使用した主要部材の開発が、著者等を含めた研究者により行われている。

材料の高強度化を比較的簡単にするには、接合時に溶接による熱影響を極力生じさせないことが重要となる。本研究は、溶接を用いない部材として、新規に高強度鋼でできた2本の溝形鋼の背を合わせてボルト接合した断面をもつ乾式組立材を提案した(図1参照)。

この乾式組立材は、材が高強度のため作用応力度が高くなること、かつ、断面がスレンダーになることから普通鋼

の部材と比べて、座屈現象が問題になると考えられる<sup>1),2)</sup>。

そこで、本研究では、高強度鋼乾式組立材について等曲げ・片曲げ下の弾性横座屈載荷試験を行う。

前報その1では、弾性横座屈試験では、支点間距離が長くなるため、新規に載荷装置を設け制作するとともに、その試験装置の支持条件、載荷条件を含む精度の検定結果を報告した。

本報その2では、組立材の断面定数の評価式、弾性横座屈耐力算定式を導出し、等曲げ・片曲げ下の実験と比較した提案式の妥当性を示す。

## 2 高強度鋼組立材

### 2.1 概要

提案する高強度鋼組立材の概要を図1,2に示す。普通

\* 広島工業大学工学部建築工学科

\*\* 広島工業大学高性能構造システム開発研究センター

\*\*\* 広島大学大学院社会環境システム専攻

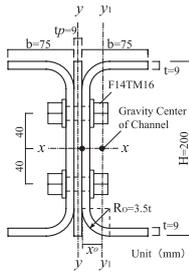
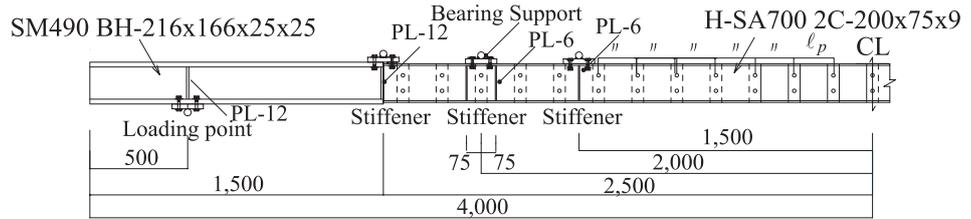


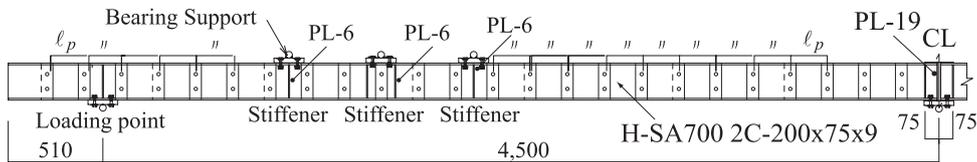
図1 高強度鋼組立材の断面

表1 素材特性

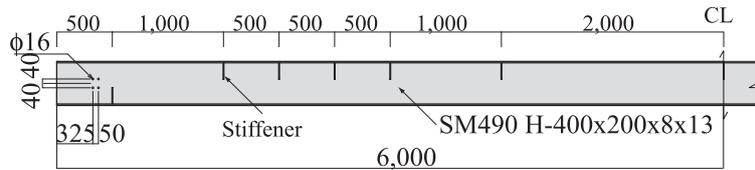
	Yield stress N/mm <sup>2</sup>	Tensile strength N/mm <sup>2</sup>	Elongation %	Strain at hardening observed after yielding %
H-SA700	737	779	25	1.0
SM490Web	389	536	25	2.5
SM490Flange	364	530	26	2.0



(a) HS4 試験体



(b) HS3L 試験体



(c) YC 試験体

図2 試験体

鋼の約2倍の強度を有する H-SA700 鋼 (板厚 9 mm) の鋼板を冷間プレス成形して溝形鋼を作成し、断面を背合わせに綴り材 (H-SA700, 板厚 9 mm) を挟んで、等ピッチで1列2本の超高力ボルト F14TM16 で組立てたものである。

表1に、H-SA700 鋼材の JIS 1号 B 試験片の素材特性を示す。

## 2.2 曲げ耐力算定式

本節では、組立材の弾性範囲における曲げ耐力算定式を示す。弾性横座屈耐力  $M_e$  を次式で算定する (誘導過程は、付録 A-1 参照されたい)。

$$M_e = C \cdot \alpha \cdot \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{\ell_b^2} \left( \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_w}{\ell_b^2} + G \cdot J \right)} \quad \dots\dots\dots (1. a)$$

ここに、 $C$  は、モーメント係数、 $\alpha$  は綴りによる弱軸曲げ抵抗の減少率である。

$$C = 1.75 + 1.05 \cdot \frac{M_2}{M_1} + 0.30 \cdot \left( \frac{M_2}{M_1} \right)^2 \leq 2.3 \quad \dots\dots\dots (1. b)$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{\ell_b^2} \cdot \frac{\ell_p^2}{24 \cdot E \cdot I_{y1}}} \quad \dots\dots\dots (1. c)$$

$E$ : ヤング率 (205,000N/mm<sup>2</sup>)

$G$ : セン断弾性係数 (79,000N/mm<sup>2</sup>)

$I_y$ : 組立材の弱軸断面2次モーメント

$I_{y1}$ : 溝形鋼単体の弱軸断面2次モーメント

$\ell_b$ : 横補剛区間距離,  $\ell_p$ : 綴り材間隔

$I_w$ : 曲げ捩り定数,  $J$ : サンプナンの捩り定数

$M_2, M_1$ : 横補剛区間両端の曲げモーメントで、( $M_2 / M_1$ ) は複曲率では正、単曲率では負で与える。

また、 $I_y^*$  は、捩り角が有限回転変形で、この変形を考慮したときの寄与項を取り入れた結果、出てくる式で、次式で表される<sup>3)~8)</sup>。

表2 各試験体の断面性能

(a) 溝形鋼の形状				(b) 綴り板の形状		(c) 溝形鋼の断面性能		
Height <i>H</i> (mm)	Width <i>b</i> (mm)	Thickness <i>t</i> (mm)	Outer diameter <i>R<sub>o</sub></i> (mm)	Width <i>w</i> (mm)	Thickness <i>t<sub>p</sub></i> (mm)	Moment of inertia about y1 axis <i>I<sub>x</sub></i> 1 (mm <sup>4</sup> )	Moment of inertia about x axis <i>I<sub>y</sub></i> 1 (mm <sup>4</sup> )	Distance of centroid <i>x<sub>o</sub></i> (mm)
200.2	75.16	9.05	31.67	60.0	9.05	1.488 x 10 <sup>7</sup>	1.389 x 10 <sup>6</sup>	20.96

(d) 組立材断面性能 (HS3L, HS4 試験体)

Moment of inertia about y axis <i>I<sub>x</sub></i> (mm <sup>4</sup> )	Moment of inertia about y axis <i>I<sub>y</sub></i> (mm <sup>4</sup> )	Torsion constant <i>J</i> (mm <sup>4</sup> )			Warping constant <i>I<sub>w</sub></i> (mm <sup>6</sup> )
		<i>ℓ<sub>p</sub></i> =200mm	<i>ℓ<sub>p</sub></i> =400mm	<i>ℓ<sub>p</sub></i> =800mm	
2.975 x 10 <sup>7</sup>	6.411 x 10 <sup>6</sup>	4.587 x 10 <sup>5</sup>	3.430 x 10 <sup>5</sup>	2.489 x 10 <sup>5</sup>	5.856 x 10 <sup>10</sup>

(e) H 形鋼の形状

Height <i>H</i> (mm)	Width <i>B</i> (mm)	Thickness <i>t<sub>w</sub></i> (mm)	Thickness <i>t<sub>f</sub></i> (mm)
400.0	200.00	7.65	12.50

(f) H 形鋼の断面性能 (YC 試験体)

Moment of inertia about y axis <i>I<sub>x</sub></i> (mm <sup>4</sup> )	Moment of inertia about y axis <i>I<sub>y</sub></i> (mm <sup>4</sup> )	Torsion constant <i>J</i> (mm <sup>4</sup> )	Warping constant <i>I<sub>w</sub></i> (mm <sup>6</sup> )
2.214 x 10 <sup>8</sup>	1.668 x 10 <sup>7</sup>	3.164 x 10 <sup>5</sup>	6.262 x 10 <sup>11</sup>

$$I_y^* = \frac{I_y}{1 - \frac{I_y}{I_x}} \dots\dots\dots (1. d)$$

ここに、*I<sub>x</sub>*：組立材の強軸断面 2 次モーメント

(2. a), (2. c) 式の誘導過程は、付録 A-2 を参照されたい。

### 3 実験概要

#### 3.1 横座屈試験装置

横座屈試験装置の概要を図 3 に示す。

全長 12m の反力梁 (H-400x400x13x21) に 2 本の油圧ジャッキが設置されている。柱材に H 形鋼材 (H-200x200x8x12) と溝形鋼材 (C-200x90x8x13.5) で門形フレームを形成し、これら 6 つの門形フレームを溝形鋼材を用いて連結し、2 箇所に支持点を設けている。門形フレームは、反力梁に連結してあり、支持点および油圧ジャッキの位置は、反力梁の範囲内で任意に設定可能となっている。

試験体 (最大 11m) は、載荷点と支持点の間に設置し、試験体の載荷治具を介して載荷点では下方向から試験体下フランジに鉛直力が作用し、支持点では、上方向から試験体上フランジに反力が生じるようになっている。載荷点と支持点には、図 3 (d) に示す、鋼板 (PL-175x165x25) に丸鋼 (φ30, L=30 mm) をフレア溶接した載荷治具を試験体フランジ上下に取り付けて、作用力がウェブ位置からはずれないようになっている。治具と鋼板との間には、治具が構面外、材軸方向に滑るよう、また、構面外回転を拘束しないようにテフロンシートが敷いてある。支持点では、断面のそり拘束を極力抑え、構面外変形と振り角については拘束できるよう先端を R=2 mm 程度に尖らせたナイフエッジでフランジ端を両側から挟んで拘束した。一方、載荷点では、ナイフエッジは取り付けおらず、構面外に滑れるようになっており、横変形は拘束していない。

(1) 式の理論に対応する試験区間は、支持点間距離とな

#### 2.3 断面定数

曲げ振り定数、*I<sub>w</sub>* は、溝形鋼のフランジ間距離、*d* と組立材の弱軸断面 2 次モーメント、*I<sub>y</sub>* を用いて、次式で求める。

$$I_w = I_y \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \dots\dots\dots (2. a)$$

ここに、

$$d = H - t \dots\dots\dots (2. b)$$

H：梁のせい、t：板厚

一方、サンブナンの振り定数は、次式で求める。

$$J = \frac{\ell_p}{\ell_p - W} \cdot \left( \frac{t + t_p}{2} + \frac{G \cdot (\ell_p - w)^2}{6 \cdot E \cdot I_{x1}} \right) \dots\dots (2. c)$$

ここに、

$$J_0 = \frac{2}{3} \left( H - 2R_0 + 2 \cdot (b - R_0) + \pi \cdot \left( R_0 - \frac{t}{2} \right) \right) \cdot t^3 \dots (2. d)$$

W：綴り板幅、*t<sub>p</sub>*：板厚

*R<sub>0</sub>*：溝形鋼隅角部の外側半径

*I<sub>x1</sub>*：溝形鋼の強軸断面 2 次モーメント

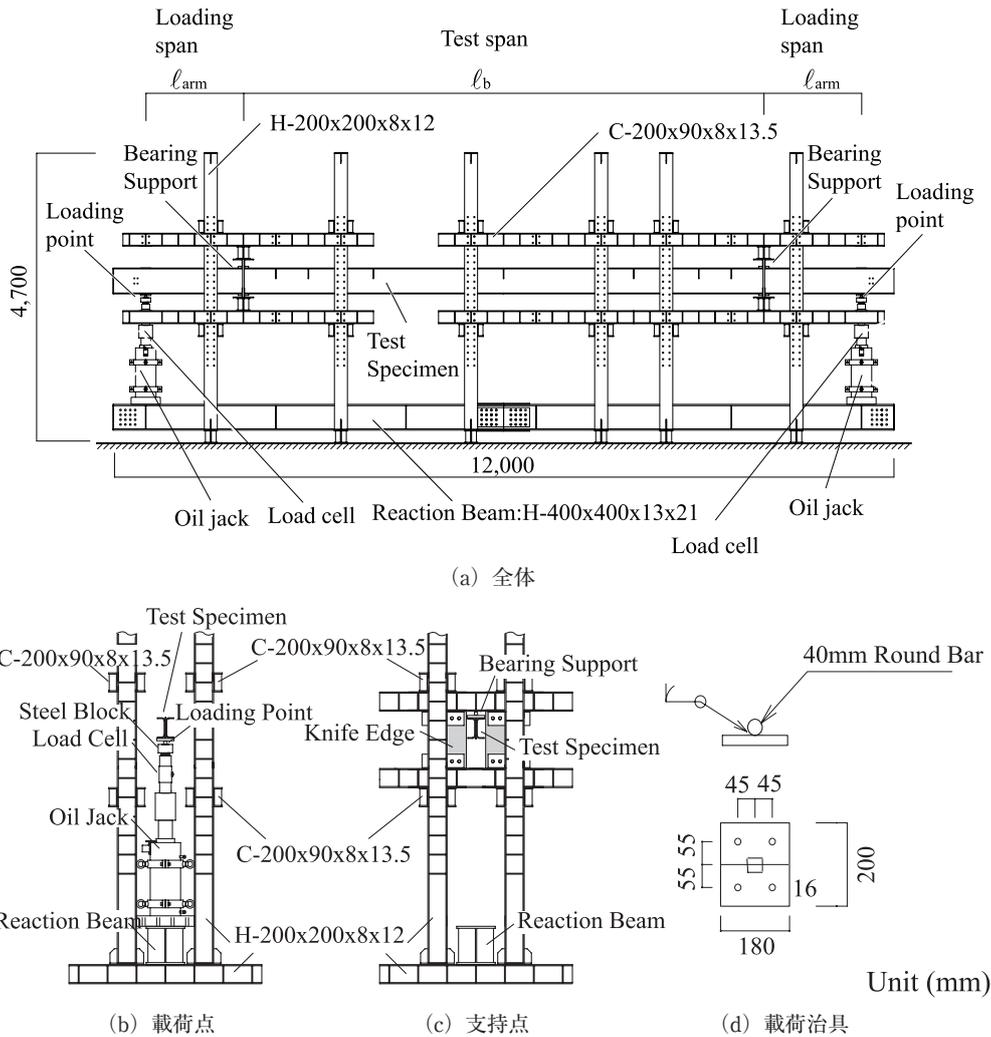


図3 荷重装置の概要

り、付与すべき支持点における境界条件は、次式となる。

$$\left. \begin{aligned} v = w = 0 \\ u = u'' = 0 \text{ (横曲げ単純支持条件)} \\ \phi = \phi'' = 0 \text{ (振り単純支持条件)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5. a \sim c)$$

加力区間を有する側の支持点の境界条件のうち、それを拘束する可能性がある ( $\phi'' \neq 0$ ) ので、予備試験体でこの影響を調査した。

3.2 計測方法

計測は、荷重については、油圧ジャッキ先端のロードセルから鉛直荷重、 $P$  と加力区間の長さに乗じて支持点部の試験体に作用する曲げモーメント、 $M$  を、変位については、支持点から 250 mm 離れた 2 点の鉛直変位から強軸回りの支持点回転角、 $\theta$ 、試験体中央における上下に 250 mm 離れた 2 点の構面外変位からねじれ角、 $\phi$  を計測した。

ひずみは、試験体中央から 200 mm、1200 mm 離れた断面について材軸方向軸ひずみを計測した。特に、中央断面圧縮側フランジ左右端面のひずみゲージ値から横座屈現象を

感知した。

3.3 試験体シリーズ

試験体シリーズは、加力装置の境界条件等を検定する等曲げ横座屈試験(実験Ⅰ)及び、高強度組立材の横座屈性状を調査する等曲げ・片曲げ横座屈試験(実験Ⅱ・実験Ⅲ)の3シリーズとした。

実験Ⅰは、図2のYC試験体を用い、試験体区間、 $l_b$  を 8.0, 7.0, 6.0m とし、それに対応して加力区間長さ  $l_{arm}$  を 1.5, 2.0, 2.5m と変化させたものについて、左右荷重点に等しい鉛直上方向の強制変位を単調に与えた。

高強度鋼組立材の横座屈性状を調査する横座屈試験(実験Ⅱ・Ⅲ)は、図2のHS4, HS3L試験体を、各1体用意して行った。HS4試験体は、5mの乾式組立材に、加力区間のBH-216x166x25x25のビルトH形鋼(L=1.5m)を両端に溶接したものであり、HS3L試験体は、5mの乾式組立材を12mm板厚の鋼板を介して溶接し全長を10mとしたものである。各試験体の断面性能を表2に示す。

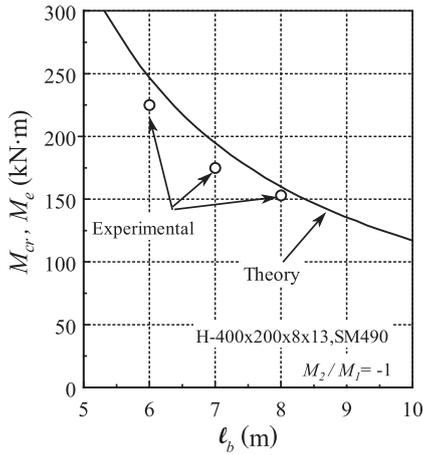


図4 加力装置の境界条件検定の結果 (実験 I)

表3 検定実験結果 (実験 I)

$l_b$ m	$l_{arm}$ m	Exp. $M_{cr}$ kN·m	Cal. $M_e$ kN·m	$M_{cr}/M_e$	Specimen
8.0	1.5	156	160	0.97	YC
7.0	2.0	180	195	0.92	YC
6.0	2.5	225	247	0.91	YC

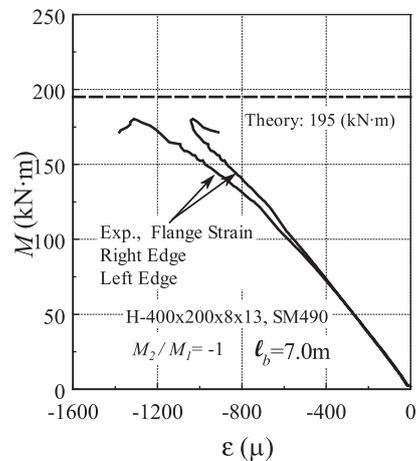
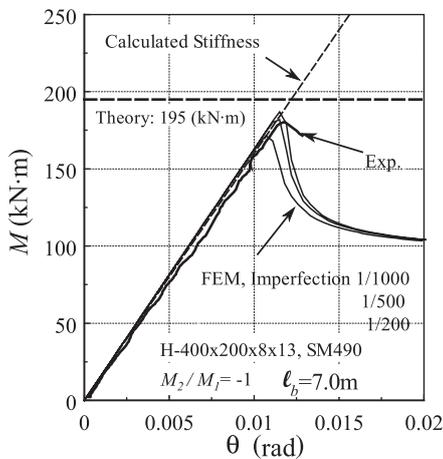


図5 加力装置の境界条件の検定結果 (実験 I,  $l_b=7.0m$ )

実験 II は、試験区間長さ、 $l_b$  を 7.0m (HS3L)、6.0m (HS3L)、5.0m (HS4)、4.0m (HS4)、3.0m (HS4) とし、それに対応して加力区間長さ  $l_{arm}$  (図 3 (a) 参照) を 2.0m、2.5m、1.0m、1.5m、2.0m としたものについて、それぞれ、綴り材間隔、 $l_p$  を 800 mm、400 mm、200 mm と変化させて、左右載荷点に等しい鉛直上方向の強制変位を単調に与えた。

実験 III は、試験区間長さ、 $l_b$  を 8.0m、7.0m、4.5m とし、それに対応して、加力区間長さ  $l_{arm}$  を 1.0m、2.0m、4.5m としたものについて、 $l_b$  が 8.0m、7.0m については、それぞれ、綴り材間隔、 $l_p$  を 800 mm、200 mm と変化させ、 $l_b$  が 4.5m については、 $l_p$  を 200 mm としして右側載荷点に鉛直上方向に強制変位を単調に与えた。

尚、実験では、試験体の計測ひずみが弾性限度に達する前で載荷を終了した。

## 4 実験結果と考察

### 4.1 横座屈試験装置の検定

加力装置の境界条件を検定するために行った等曲げ横座

屈試験 (実験 I) の結果を表 3、図 4、図 5 に示す。

表 3 には、上フランジの左右端面のひずみの進行が反転する時点の曲げモーメント、 $M_{cr}$  と (1. a) 式から求めた弾性横座屈曲げ耐力、 $M_e$  を示す。図 4 には、等曲げ下において、試験区間長さ  $l_b$  を 6 ~ 8 m と変化させた場合の実験値 (基準曲げ耐力) を (1. a) 式の算定値とともに示す。また、図 5 には、試験区間長さ  $l_b$  を 7.0m とした時の支持点回転角、 $\theta$  との関係を示す。尚、M- $\theta$  関係には、4 節点シェル要素を用いた複合非線形有限要素解 (中央部の初期正弦波横変形不整が 1/1000、1/500、1/200 としたケース) とともに示している。

これらの結果から、モーメント係数を 1.0、綴りによる弱軸曲げ抵抗の低減率を 1.0 とした弾性座屈耐力算定式 (両端横曲げ・振り単純支持等曲げ梁の理論) から求められる耐力値は、実験における曲げ耐力値と良好に一致することから、載荷点の構面外変形を拘束しない本実験装置で得た実験値を、支持点の境界条件を横曲げと振りについて単純支持条件とした理論値と比較できることが分かる。

表4 横座屈試験結果  
(a) 等曲げ (実験Ⅱ)

$\ell_b$ m	$\ell_{arm}$ m	$\ell_p$ mm	Exp. $M_{cr}$ kN·m	Exp. $M_{max}$ kN·m	Exp. $M_{sw}$ kN·m	Cal.			Specimen
						$M_e$ kN·m	$M_{cr}/M_e$	$M_{sw}/M_e$	
7.0	1.0	800	63	76	89	87	0.72	1.02	HS3L
7.0	1.0	400	67	78	98	103	0.65	0.95	HS3L
7.0	1.0	200	83	93	122	119	0.70	1.03	HS3L
6.0	1.5	800	67	84	99	103	0.65	0.96	HS3L
6.0	1.5	400	79	94	111	122	0.65	0.91	HS3L
6.0	1.5	200	97	103	124	141	0.69	0.88	HS3L
5.0	1.0	800	99	114	125	128	0.77	0.98	HS4
5.0	1.0	400	116	128	141	150	0.77	0.94	HS4
5.0	1.0	200	141	146	161	172	0.82	0.94	HS4
4.0	1.5	800	138	149	164	167	0.83	0.98	HS4
4.0	1.5	400	145	151	170	196	0.74	0.87	HS4
4.0	1.5	200	154	154	174	223	0.69	0.78	HS4
3.0	2.0	800	(154)	154	177	240	(0.64)	0.74	HS4
3.0	2.0	400	(164)	164	185	283	(0.58)	0.65	HS4
3.0	2.0	200	(172)	172	187	318	(0.54)	0.59	HS4

( ) の値は、横座屈現象が起きずに試験終了

(b) 片曲げ (実験Ⅲ)

$\ell_b$ m	$\ell_{arm}$ m	$\ell_p$ mm	Exp. $M_{cr}$ kN·m	Exp. $M_{max}$ kN·m	Exp. $M_{sw}$ kN·m	Cal.			Specimen
						$M_e$ kN·m	$M_{cr}/M_e$	$M_{sw}/M_e$	
8.0	1.0	800	98	111	133	132	0.74	1.01	HS3L
8.0	1.0	800	86	105	133	132	0.65	1.01	HS3L
8.0	1.0	200	98	133	160	181	0.54	0.88	HS3L
8.0	1.0	200	101	114	145	181	0.56	0.80	HS3L
7.0	2.0	800	103	124	140	152	0.68	0.92	HS3L
7.0	2.0	800	98	119	147	152	0.64	0.97	HS3L
7.0	2.0	200	102	126	156	208	0.49	0.75	HS3L
7.0	2.0	200	122	135	176	208	0.59	0.85	HS3L
6.0	2.0	800	123	134	184	181	0.68	1.02	HS3L
6.0	2.0	200	145	146	211	246	0.59	0.86	HS3L
4.5	4.5	200	(120)	120	-	340	(0.35)	-	HS3L

( ) の値は、横座屈現象が起きずに試験終了

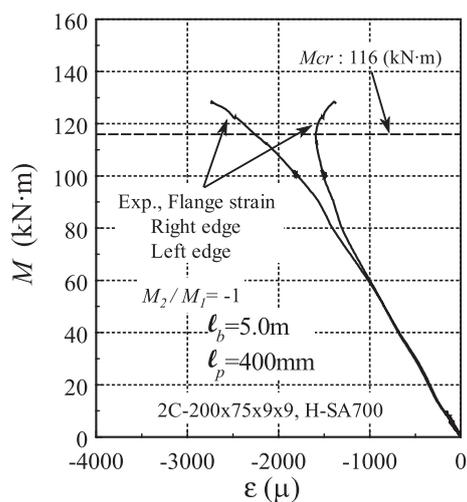
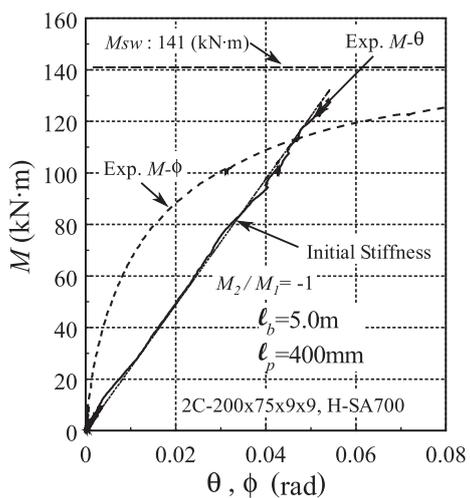
#### 4.2 高強度鋼組立材の横座屈性状

実験値で求める弾性横座屈耐力として、1) 上フランジの左右端面のひずみの進行が反転する時点での曲げモーメント,  $M_{cr}$ , 2) 最大曲げモーメント,  $M_{max}$ , 3) 振り角が発散する時点での曲げモーメント,  $M_{sw}$ , が考えられる。

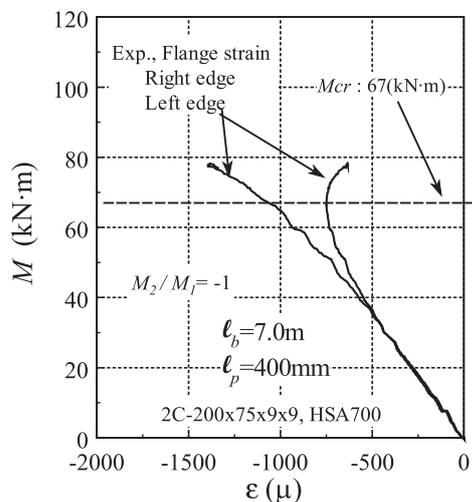
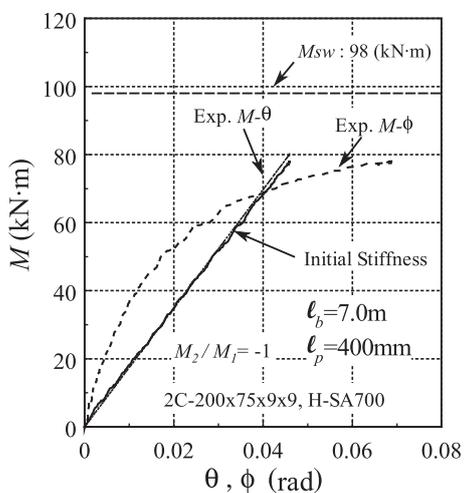
今回、取扱う幅の広い断面で、弱軸回りに対する強軸回りの断面2次モーメントの比が大きい場合や片曲げ加力形式では、横座屈現象による耐力低下は生じにくくなる<sup>3), 7), 8)</sup>。そこで、本研究では、大きな振り角が生じた時点を対象とし、振り角が発散する時点での曲げモーメント,  $M_{sw}$  を取り上げ、横座屈基準曲げ耐力と呼ぶ。この  $M_{sw}$  を実験値から求める方法は、文献10を参照されたい。

高強度組立材の等曲げ横座屈実験 (実験Ⅱ) の結果を、図6, 8 (a), 表4 (a), 写真1, 2に、片曲げ横座屈実験 (実験Ⅲ) の結果を、図7, 8 (b), 表4 (b) に示す。

図6には、試験区間長さ  $\ell_b$  を5m, 7m, 綴り材間隔  $\ell_p$  を400mmとした場合について、曲げモーメント,  $M$  と支持点回転角,  $\theta$  との関係と,  $M$  と中央振り角,  $\phi$  との関係を、それぞれ、示す。なお、曲げモーメント,  $M$  と支持点回転角,  $\theta$  との関係の図には、理論初期剛性を点線で示している。図7には、この試験区間長さ  $\ell_b$  を7m, 綴り材間隔  $\ell_p$  を200mmとした時の曲げモーメント,  $M$  と支持点回転角,  $\theta$  との関係と,  $M$  と中央振り角,  $\phi$  との関係を示す。写真1, 2には、実験Ⅱの横座屈変形を示す。



(a)  $l_b=5.0\text{m}$ ,  $l_p=400\text{mm}$



(b)  $l_b=7.0\text{m}$ ,  $l_p=400\text{mm}$

図6 等曲げ横座屈試験の結果 (実験Ⅱ)

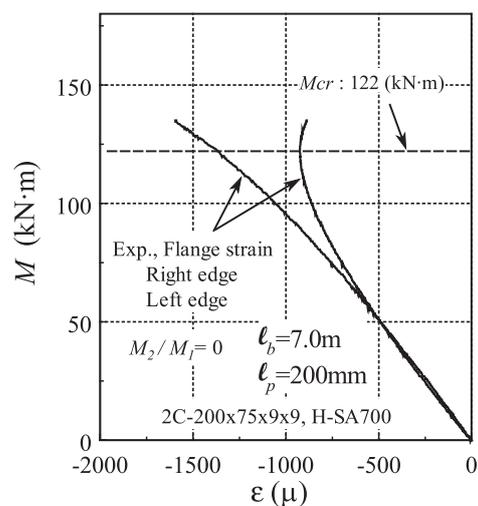
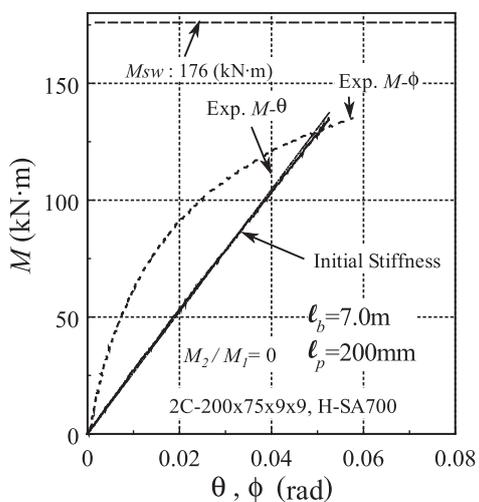


図7 片曲げ横座屈試験の結果 (実験Ⅲ)

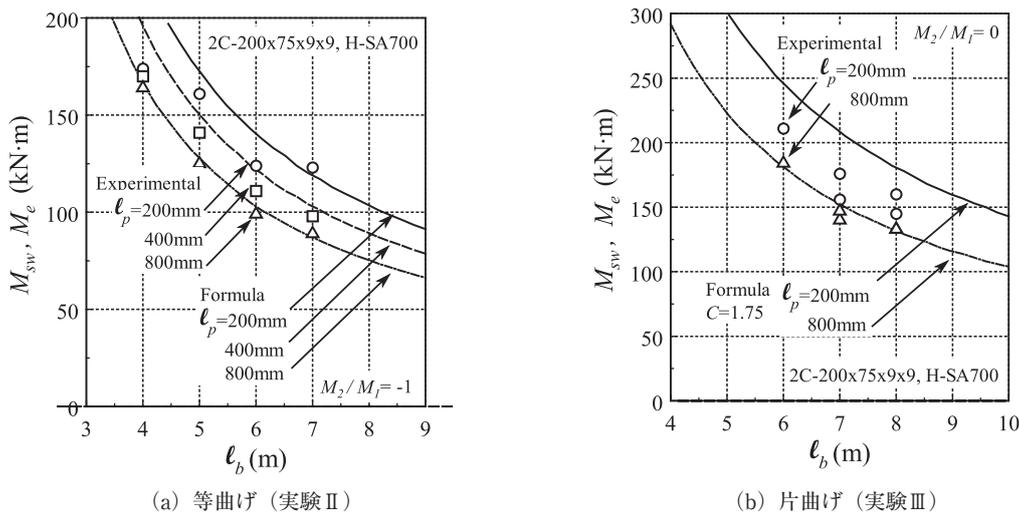


図8 弾性横座屈耐力算定式との比較



写真1 圧縮フランジの横座屈変形  
(実験Ⅱ, HS3L 試験体,  $l_p=200\text{mm}$ )



写真2 引張フランジの横座屈変形  
(実験Ⅱ, HS3L 試験体,  $l_p=200\text{mm}$ )

表4 (a)には、実験Ⅱで求めた横座屈基準曲げ耐力、 $M_{sw}$ と $C=1.0$ として、前節の(1. a)式を用いた算定値を示す。表4 (b)には、実験Ⅲで求めた横座屈基準曲げ耐力、 $M_{sw}$ と $C=1.75$ とした同様の算定値を示す。

また、参考のために、同表には、上フランジの左右端面のひずみの進行が反転する時点での曲げモーメント、 $M_{cr}$ 、最大曲げモーメント、 $M_{max}$ も併せて示している。尚、表4 (a, b)での( )の数値は、载荷中、ひずみが弾性限界に達したため、上フランジの左右端面のひずみの進行が反転する前に実験を中止しており、 $M_{cr}$ の値は、この値以上となることを示している。

図8 (a)には、等曲げ下において、縦り材間隔 $l_p$ が200 mm, 400 mm, 800 mm, 試験区間長さ $l_b$ を3 m~9 mと変化させた場合の算定値を実験値(横座屈基準曲げ耐力)とともに示す。また、図8 (b)には、片曲げ下において、縦り材間隔 $l_p$ が200 mm, 800 mm, 試験区間長さ $l_b$ が4 m~10 mと変化させた場合の算定値を実験値(横座屈基準曲げ耐力)とともに示す。

これらの結果から以下のことが分かる。

- 1) 初期から振り角が生じるものの、曲げモーメント-支持点回転角関係において、剛性はほとんど変化しない。
- 2) 上フランジの左右端面のひずみは、初期では、ほぼ同様の圧縮ひずみが生じ、曲げモーメントが大きくなるにつれ左右での値に差が生じ、一方のひずみ増分が負から正に反転する。これは、上フランジ断面に横曲げが大きく生じていることを示しており、現象として、横座屈が発生していることが分かる。
- 3) 縦り材間隔を大きくすると、横座屈基準曲げ耐力は低下する。縦り材間隔の横座屈基準曲げ耐力に及ぼす影響は比較的大きい。
- 4) 等曲げにおける算定値は、横座屈基準曲げ耐力の実験値と支点間距離4 m以下を除き、ほぼ一致する。
- 5) 算定式評価における、縦りによる弱軸曲げ抵抗の減少率は、0.99~0.95程度であったことから、縦り材間隔を短くすることによる弾性横座屈耐力の上昇は主にサンブナン振り定数が大きくなることに基因する。

- 6) 片曲げにおける算定値は、横座屈基準曲げ耐力の実験値と比べ、綴り材間隔 800 mm でほぼ一致し、綴り材間隔 200 mm で 20% 程度の差が生じるものの、綴り材間隔の影響を良好に表す。
- 7) 従って、支持点間距離が 4 m 以下でかつ綴り材間隔が 200 mm ~ 800 mm 程度であれば、算定式で弾性横座屈耐力を算定すれば、2 割以内の誤差で、評価ができる。

## 5 まとめ

本論文では、横座屈実験を行い、綴り材間隔を変化させ、等曲げ、片曲げの加力での弾性横座屈耐力を求め、弾性曲げ耐力算定式と比較を行った。また、組立材の弱軸曲げ抵抗の低下率、サンプナン振り剛性、曲げ振り剛性の算定式を用いた曲げ耐力算定式を提案して実験値と比較した。

得られた知見は、以下のように要約できる。

- 1) 綴り材間隔の弾性横座屈耐力に対する影響は大きい。
- 2) 綴り材間隔を短くすることによる弾性横座屈耐力の上昇は、主にサンプナン振り定数が大きくなることに起因する。
- 3) 等曲げ、片曲げ下において、曲げ耐力算定式は、支点間距離 4 m 以下、綴り材間隔 200 mm ~ 400 mm の範囲で、実験値を 2 割以内の誤差で評価できる。
- 4) 材軸方向に断面形状が変化する部材のサンプナン振り定数と弾性横座屈耐力算定式は、実験値を良好に表しており、工学上妥当である。

### 付録 A-1 弾性座屈耐力評価式

文献 10, 11 を参考に、組立材の Me-Ne 弾性座屈耐力相関関係式（座屈固有方程式）を導出した後、弾性座屈耐力評価式を誘導する。ほぼ H 形をした組立断面部材の曲げと振りの釣り合い方程式を簡略化して表すことを考える。曲げ振りに伴う、その効果は上下フランジが支配的であることから、上下フランジ図心位置で横変形を横座屈変形として取り扱えば、簡単化できる<sup>11)</sup>ばかりでなく、中心圧縮座屈と同様な耐力評価式とすることができる。

中心圧縮座屈と同様な式であれば、Timoshenko が文献 10 で示しているような組立材の弱軸曲げ剛性低下の影響を容易に取り入れられる。これらの理由から、上下フランジ位置に断面を集約させるモデル化を採用する。ここで、簡単化のため、横変形と振り角以外の変形は生じないものとする。初期軸力の影響を Green-Lagrange の歪を採用して考慮し高次項を省略することにすれば、仮想仕事の原理から次式が得られる。

$$\int_0^{\ell_b} \left[ E \cdot I_T \cdot u_T'' \cdot \delta u_T'' + E \cdot I_B \cdot u_B'' \cdot \delta u_B'' + G \cdot J \cdot \left( \frac{u_T' - u_B'}{d} \right) \cdot \left( \frac{\delta u_T' - \delta u_B'}{d} \right) - N_T^{(0)} \cdot u_T' \cdot \delta u_T' - N_B^{(0)} \cdot u_B' \cdot \delta u_B' \right] dz - \bar{P}_T \cdot \delta u_T \Big|_{z=\ell_b} - \bar{P}_B \cdot \delta u_B \Big|_{z=\ell_b} = 0 \quad \dots\dots\dots (A1.1)$$

ここで、 $E \cdot I_T$ ,  $E \cdot I_B$  は、上下フランジの曲げ剛性、 $G \cdot J$  は、サンプナンの振り剛性、 $N_T^{(0)}$ ,  $N_B^{(0)}$  は、上下フランジの初期圧縮軸力、 $u_T$ ,  $u_B$  は、上下フランジの横変形、 $d$  は上下フランジ間距離、 $\bar{P}_T$ ,  $\bar{P}_B$  は、上下フランジのせん断外力である。 $\delta ( )$  は、仮想変位を  $( )'$  は z 方向の偏微分を示す。

この式の停留条件から、部材内部の釣り合い方程式は次の 2 式となる。

$$\begin{aligned} & (\delta u_T \text{ について}) \\ & \left[ E \cdot I_T \cdot u_T'' \right]'' - \left[ G \cdot J \cdot \left( \frac{u_T' - u_B'}{d} \right) \right]' + \left[ N_T^{(0)} \cdot u_T' \right]' = 0 \\ & (\delta u_B \text{ について}) \\ & \left[ E \cdot I_B \cdot u_B'' \right]'' - \left[ G \cdot J \cdot \left( \frac{u_B' - u_T'}{d} \right) \right]' + \left[ N_B^{(0)} \cdot u_B' \right]' = 0 \\ & \dots\dots\dots (A1.2. a, b) \end{aligned}$$

ちなみに組立材全体の初期合応力  $M^{(0)}$ ,  $N^{(0)}$  と  $N_T^{(0)}$ ,  $N_B^{(0)}$  の関係は、次式で表される。

$$\begin{aligned} N_T^{(0)} &= \frac{N^{(0)}}{2} + \frac{M^{(0)}}{d} \\ N_B^{(0)} &= \frac{N^{(0)}}{2} - \frac{M^{(0)}}{d} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (A1.3. a, b)$$

Timoshenko によれば、組立材の弱軸曲げ剛性低下に起因する座屈耐力の低下は、個々の材の曲げ変形を考慮すれば良いことが知られている。すなわち、綴りによる弱軸曲げ剛性の低下の影響は、平面保持を仮定した弱軸曲げ抵抗が、個々の材が曲げ変形した曲率分だけ低下するものとして評価すればよい<sup>10)</sup>。

上フランジに横曲げが生じると、構面外せん断力  $Q$  が次式の量だけ発生する。

$$Q = N_T^{(0)} \cdot u_T'$$

このせん断力に対して、上フランジの溝形鋼個材（曲げ剛性が  $EI_c$ 、負担せん断力は  $Q/2$  と仮定する）の変形角  $\gamma$  は、

$$\gamma = \frac{Q}{2} \cdot \left( \frac{\ell_p}{2} \right)^3 \cdot \frac{1}{3 \cdot E \cdot I_c} \cdot \frac{\ell_p}{2} = \frac{Q \cdot \ell_p^2}{24 \cdot E \cdot I_c} = \frac{N_T^{(0)} \cdot \ell_p^2}{24 \cdot E \cdot I_c} \cdot u_T'$$

したがって、この変形による曲げ抵抗低減分の曲率は、次式となる。

$$\gamma' = \frac{N_T^{(0)} \cdot \ell_p^2}{24 \cdot E \cdot I_c} \cdot u_T'' \dots\dots\dots (A1.4)$$

この低減分を (A1.2) 式の釣り合い方程式に取り入れると、

$$\left[ E \cdot I_T \cdot \left( 1 - \frac{N_T^{(0)} \cdot \ell_p^2}{24 \cdot E \cdot I_c} \right) \cdot u_T'' \right] - \left[ G \cdot J \cdot \left( \frac{u_T' - u_B'}{d^2} \right) \right] + \left[ N_T^{(0)} \cdot u_T' \right] = 0 \dots\dots\dots (A1.5. a)$$

$$\left[ E \cdot I_B \cdot \left( 1 - \frac{N_B^{(0)} \cdot \ell_p^2}{24 \cdot E \cdot I_c} \right) \cdot u_B'' \right] - \left[ G \cdot J \cdot \left( \frac{u_B' - u_T'}{d^2} \right) \right] + \left[ N_B^{(0)} \cdot u_B' \right] = 0 \dots\dots\dots (A1.5. b)$$

さて、両端の支持条件が、横曲げと振りに対して単純支持条件を満足する場合に、座屈変形は次式で与えられる。

$$u_T = a_T \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\ell_b} \cdot z\right), \quad u_B = a_B \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\ell_b} \cdot z\right) \dots\dots (A1.6. a, b)$$

ここに、 $a_T$ 、 $a_B$  は振幅である。

初期合応力分布が材軸方向に一様であれば、仮想仕事の原理の式を用いることなく、直接に釣り合い方程式を連立させて、座屈固有方程式が得られる。

上式を釣り合い方程式に代入し、整理すると、

$$\left[ N_T^{(0)} - \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_T}{\ell_b^2} \cdot \left( 1 - \frac{N_T^{(0)} \cdot \ell_p^2}{24 \cdot E \cdot I_c} \right) - \frac{G \cdot J}{d^2} \right] \cdot a_T + \frac{G \cdot J}{d^2} \cdot a_B = 0$$

$$\frac{G \cdot J}{d^2} \cdot a_T + \left[ N_B^{(0)} - \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_B}{\ell_b^2} \cdot \left( 1 - \frac{N_B^{(0)} \cdot \ell_p^2}{24 \cdot E \cdot I_c} \right) - \frac{G \cdot J}{d^2} \right] \cdot a_B = 0$$

\dots\dots\dots (A1.7. a, b)

$a_T$ 、 $a_B$  が意味のある解を持つためには、 $a_T$ 、 $a_B$  の係数行列式が 0 となる必要がある。これが次式の固有方程式である。

$$\left\langle N_T^{(0)} - \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_T}{\ell_b^2} \cdot \left( 1 - \frac{N_T^{(0)} \cdot \ell_p^2}{24 \cdot E \cdot I_c} \right) - \frac{G \cdot J}{d^2} \right\rangle$$

$$\left\langle N_B^{(0)} - \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_B}{\ell_b^2} \cdot \left( 1 - \frac{N_B^{(0)} \cdot \ell_p^2}{24 \cdot E \cdot I_c} \right) - \frac{G \cdot J}{d^2} \right\rangle - \left( \frac{G \cdot J}{d^2} \right)^2 = 0$$

\dots\dots\dots (A1.8)

さて、ほぼ、H 形をした断面では弱軸曲げ剛性はフランジが支配的となる。 $I_T$ 、 $I_B$ 、 $I_c$  に溝形鋼のフランジのみをそれぞれ評価した断面性能を与えた場合と、平面保持を仮

定した組立材の弱軸曲げ剛性の半分と溝形鋼単材の弱軸曲げ剛性の半分を与えた場合との横座屈耐力の差はさほど大きくないので、本研究では、上下フランジの断面性能、組立材単材の断面性能を次式のように与えることとした。

$$I_T = I_B = \frac{I_y}{2}, \quad I_c = \frac{I_{y1}}{2} \dots\dots\dots (A.9. a, b)$$

ここに、 $I_y$ 、断面全体の弱軸断面 2 次モーメント、 $I_{y1}$ 、溝形鋼単材の弱軸断面 2 次モーメントである。(A1.8) 式を満足する  $M^{(0)}$ 、 $N^{(0)}$  を座屈耐力としてそれぞれ  $M_e$ 、 $N_e$  と表すことにする。

(A1.3. a, b) 式と (A1.9. a, b) 式を (A1.8) 式に代入して、整理し、 $M_e$ 、 $N_e$  を用いて表すと、最終的に  $M_e - N_e$  座屈耐力相関関係式が次式のように得られる。

$$\left\langle \left( \frac{N_e + M_e}{2} - \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{2 \cdot \ell_b^2} \cdot \left( 1 - \frac{\frac{N_e + M_e}{2}}{12 \cdot E \cdot I_{y1}} \right) - \frac{G \cdot J}{d^2} \right) \right\rangle$$

$$\left\langle \left( \frac{N_e - M_e}{2} - \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{2 \cdot \ell_b^2} \cdot \left( 1 - \frac{\frac{N_e - M_e}{2}}{12 \cdot E \cdot I_{y1}} \right) - \frac{G \cdot J}{d^2} \right) \right\rangle$$

$$- \left( \frac{G \cdot J}{d^2} \right)^2 = 0$$

\dots\dots\dots (A1.10)

(A1.10) 式に  $N_e=0$  を代入して、 $M_e$  について解けば、目的の弾性横座屈耐力評価式が次式のように得られる。

$$M_e = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{2 \cdot \ell_b^2} \cdot \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{G \cdot J}{d^2} \cdot \frac{2 \cdot \ell_b^2}{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}}$$

$$\cdot \frac{d}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{2 \cdot \ell_b^2} \cdot \frac{\ell_p^2}{12 \cdot E \cdot I_{y1}}}$$

\dots\dots\dots (A1.11)

上式を整理すると、最終的には次式が得られる。

$$M_e = \alpha \cdot \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{\ell_b^2} \cdot \left( \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y \cdot \left( \frac{d}{2} \right)^2}{\ell_b^2} + G \cdot J \right)}$$

$$= \alpha \cdot \sqrt{\frac{\pi^4 \cdot E \cdot I_y \cdot E \cdot I_w + \pi^2 \cdot E \cdot I_y \cdot G \cdot J}{\ell_b^4 + \frac{\ell_b^2}{\ell_b^2}}}$$

\dots\dots\dots (A1.12. a)

ここに、 $\alpha$  は綴りによる弱軸曲げ抵抗の減少率であり、

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{\ell_b^2} \cdot \frac{\ell_p^2}{24 \cdot E \cdot I_{y1}}}$$

\dots\dots\dots (A1.12. b)

また、曲げ振り定数に相当する量  $I_w$  は、次式で与えられる。



(a) そりに基因する面内直応力による振り抵抗 (b) 面内せん断応力による振り抵抗

図 A2.1 組立材の振り抵抗モデル

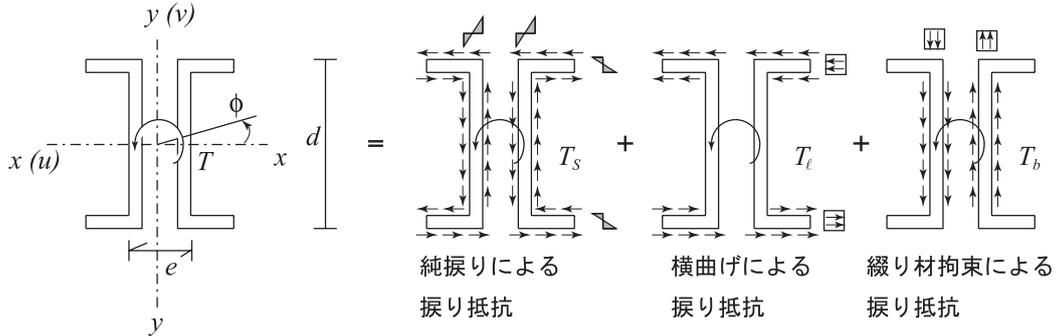


図 A2.2 組立材断面に生じる振り抵抗力

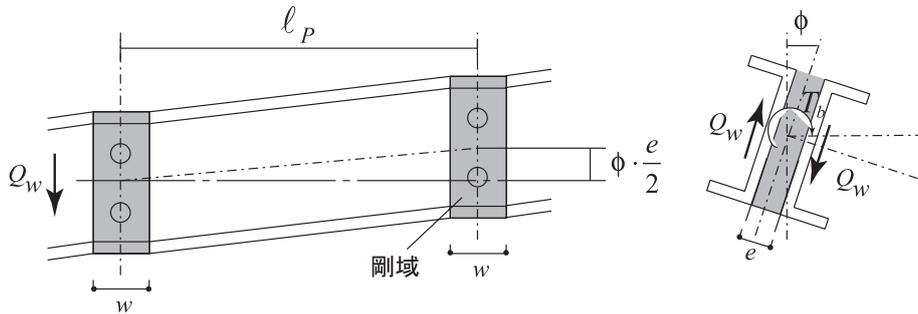


図 A2.3 縦り材拘束による振り抵抗

$$I_w = I_y \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \dots\dots\dots (A1.12. c)$$

付録 A-2 断面定数

本研究で用いた組立材を板材にモデル化し、そりに基因する面内直応力と、面内せん断応力による振り抵抗の模式図を、図 A2.1 に示す。

縦り材を図のような板材に置換して考えると、縦り材は、そりに対してあまり抵抗しないこと、また、溝形鋼ウェブのせん断変形を拘束することが分かる。

図 A2.2 に組立材断面に生じる主要な振り抵抗力を示す。

前述の考察から、従来、考慮されていた純振り、横曲げによる振り抵抗に加えて、縦り材で拘束することによって生じる振り抵抗を考慮して、断面定数を決定することにする。

○サンブナンの振り定数

まず、縦り材拘束による振り抵抗について考える。図 A2.3 に示す縦り材拘束によって生じるウェブの偶力  $Q_w$  は、ウェブのせん断ひずみを  $\gamma$ 、ウェブの断面積を  $A_w$  とすると、次の関係がある。

$$\gamma = \frac{Q_w}{G \cdot A_w} \dots\dots\dots (A2.1)$$

縦り区間  $l_p$  でのウェブの鉛直変形  $v$  は、上式のせん断変形と溝形鋼単材の曲げ変形との和で次式で表される。

$$v = \frac{Q_w}{G \cdot A_w} (\ell_p - w) + \frac{Q_w \cdot (\ell_p - w)^3}{12 \cdot E \cdot I_{x1}} \dots\dots\dots (A2.2)$$

また、 $l_p$  区間の振り角  $\phi$  と  $v$  との間には、次式が成立する。

$$v = \phi \cdot \frac{e}{2} \dots\dots\dots (A2.3)$$

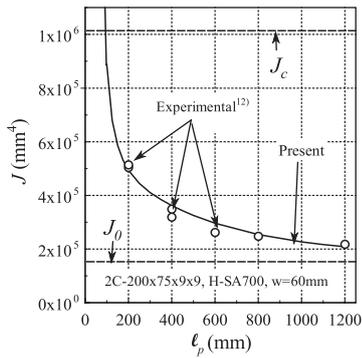


図 A2.4 サンプナン振り定数に及ぼす 綴り材間隔の影響

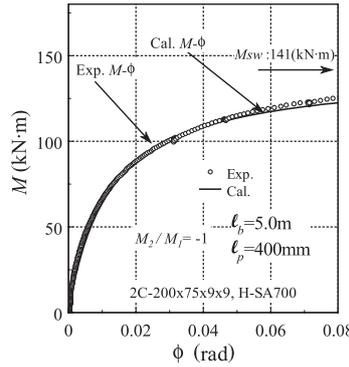
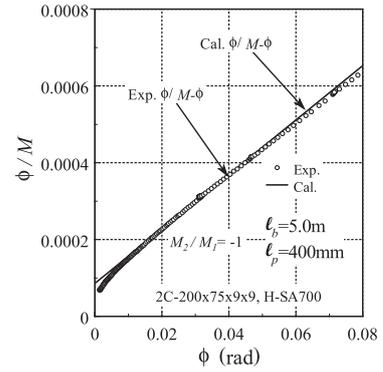


図 A3.1 サウスウェルの方法による弾性横座屈耐力の推定



ここに、 $e$  は、溝形鋼のウェブ間距離である。  
綴り材の拘束による抵抗力  $T_b$  は、次式で求まる。

$$T_b = Q_w \cdot e \quad \dots\dots\dots (A2.4)$$

(A2.2), (A2.3) 式から、 $v$  を消去し、 $Q_w$  について解き、  
(A2.4) 式に代入すると、次式が得られる。

$$T_b = G \cdot \frac{l_p}{l_p - w} \cdot \frac{e^2}{\frac{2}{A_w} + \frac{G(l_p - w)^2}{6 \cdot E \cdot I_{x1}}} \cdot \frac{\phi}{l_p} \quad \dots\dots\dots (A2.5)$$

(A2.5) 式から分かるように、 $T_b$  は、平均的な振り率  $\phi/l_p$  に関係するので、サンプナンの振り定数  $J$  に寄与する。  
また、綴り材幅  $w$  の区間を十分に剛と仮定すると、純振り抵抗力  $T_s$  は、綴り位置以外の断面のサンプナン振り定数  $J_0$  を用いて次式のように書ける。

$$T_s = G \cdot J_0 \cdot \frac{l_p}{l_p - w} \cdot \frac{\phi}{l_p}$$

よって、組立材全体のサンプナン振り定数  $J$  による振り抵抗力は、 $T_s$  と  $T_b$  の和となることから、次式が得られる。

$$\begin{aligned} G \cdot J \cdot \frac{\phi}{l_p} &= T_b + T_s \\ &= G \cdot \frac{l_p}{l_p - w} \cdot \left( \frac{e^2}{\frac{2}{A_w} + \frac{G(l_p - w)^2}{6 \cdot E \cdot I_{x1}}} + J_0 \right) \cdot \frac{\phi}{l_p} \quad \dots\dots\dots (A2.6) \end{aligned}$$

$e = t + t_p$ ,  $A_w = (H - R_0) \cdot t$  という関係と、上式から、求める  $J$  は、次式のようになる。

$$J = \frac{l_p}{l_p - w} \cdot \left( \frac{(t + t_p)^2}{\frac{2}{(H - R_0) \cdot t} + \frac{G(l_p - w)^2}{6 \cdot E \cdot I_{x1}}} + J_0 \right) \quad \dots\dots (A2.7)$$

(A2.7) 式は、綴りによって材軸方向に断面形が変化する材の全体についてのサンプナン振り定数が算定式であ

り、綴り材間隔と綴り材幅に依存する形になっている。

○曲げ振り定数

2つの溝形鋼の上フランジに生じる曲げモーメント  $M_f$  は、その断面2次モーメントが、組立材の弱軸断面2次モーメント  $I_y$  のほぼ半分であることから、上フランジの  $l_p$  区間の横変位を  $u$  とすると、 $M_f$  は、次式で表される。

$$M_f = -E \cdot \left( \frac{I_y}{2} \right) \cdot u'' \quad \dots\dots\dots (A2.8)$$

$l_p$  区間の振り角  $\phi$  と  $u$  との関係は、上下フランジの間隔を  $d$  とすると、次式で表される。

$$u = \phi \cdot \frac{d}{2} \quad \dots\dots\dots (A2.9)$$

曲げ  $M_f$  により生じるせん断力  $Q_f$  は、次式で求まる。

$$Q_f = -\frac{dM_f}{dz} \quad \dots\dots\dots (A2.10)$$

フランジの横曲げによる抵抗力  $T_i$  は、(A2.8), (A2.9), (A2.10) 式を用いて、次式のように整理できる。

$$T_i = E \cdot I_w \cdot \phi'' = Q_f \cdot d = E \cdot I_y \cdot \left( \frac{d^2}{2} \right) \cdot \phi'' \quad \dots\dots\dots (A2.11)$$

従って、曲げ振り定数  $I_w$  は、綴り材間隔に影響されないことが分かる。

○算定式の妥当性

組立材のサンプナン振り定数  $J$  の算定式の妥当性を検討するために、本試験体について綴り材間隔を 60 mm ~ 1200 mm と変化させた場合について、 $J$  を求め、河野らの実験結果<sup>12)</sup>と比較した。結果を図 A2.4 に示す。

尚、同図には、綴り位置及びそれ以外の位置の断面における綴り材の拘束を考慮しない時のサンプナン振り定数  $J_c$ ,  $J_0$  の値を示している。算定式は、綴り材間隔 200 mm ~ 1200 mm の範囲で良好に実験値と一致することが分かる。

付録 A-3 サウスウェルの方法

本節では、サウスウェルの方法<sup>10)</sup>を解説する。

この方法は、振り角と曲げモーメント値を用いて次式の関数当てはめをおこない、補外することによって、実験では得られない、振り角無限大の時の曲げモーメントを求めようとするものである。

基本となる関数は、振り角を曲げモーメントで割った値を y 軸、振り角を x 軸で整理したとき、傾き  $1/M_{sw}$ 、y 切片  $\alpha l$  の直線式である。

$$\frac{\phi}{M} = \frac{1}{M_{sw}} \cdot \phi + \alpha l \quad \dots\dots\dots (A3.1)$$

式変形すると、

$$\phi = \frac{\alpha l \cdot M_{sw}}{\frac{M_{sw}}{M} - 1} \quad \dots\dots\dots (A3.2)$$

となるので、 $M=M_{sw}$  のとき、 $\phi$  は発散する。すなわち、 $M=M_{sw}$  がねじれ角無限大の時の曲げモーメントとなっている。

さて、横座屈実験の結果をこの方法でまとめると、図 A3.1 となる。曲げモーメント  $M$  と振り角  $\phi$  の関係、 $(\phi/M)$  と  $\phi$  との関係、 $M$  と上フランジ端部のひずみ  $\epsilon$  の関係を示している。 $M-\phi$ 、 $(\phi/M) - \phi$  関係には、丸で実験値を、実線でサウスウェルの方法による関数曲線を示している。関数当てはめは良好であり、弾性範囲での振り角無限大の時の曲げモーメントが求められることがわかるが、本実験で採用した、基準曲げ耐力  $M_{cr}=116\text{kNm}$  (支持中間点における圧縮フランジのひずみ増分が横曲げで反転する時点の曲げモーメント) と比べると  $M_{sw}=141\text{kNm}$  と、かなり高い値となってしまうことが分かる。

謝 辞

本研究にあたり、井上一朗教授 (岡山理科大学)、河野昭彦教授 (九州大学)、津田恵吾教授 (北九州市立大学) のご指導を頂きました。また、本研究は、社団法人日本鉄鋼連盟「鋼構造研究・教育助成事業」の助成金を受けて実

施しました。論文発表にあたり、給付頂いた同連盟には深謝申し上げます。

参考文献

- 1) 日本建築学会：鋼構造設計規準 - 許容応力度設計法 -, 技報堂, 2005. 9.
- 2) 日本建築学会：鋼構造限界状態設計指針・同解説, 技報堂, 2002. 3.
- 3) 伊藤文人：構造安定論, IV はりの横座屈, 技報堂, pp.112-134, 1989. 2.
- 4) 坂井藤一：薄肉開断面部材の弾性安定基礎方程式の統一的誘導, 土木学会論文集, 221 号, pp.1-15, 1974. 1.
- 5) 西野文雄, 倉方慶夫, 長谷川彰夫, 奥村敏恵：軸力と曲げおよび振りを受ける薄肉断面部材, 土木学会論文集, 225 号, pp.1-15, 1974. 5.
- 6) 討議者：西野文雄, 倉方慶夫, 長谷川彰夫 / 回答者：坂井藤一, 薄肉断面部材の弾性安定基礎方程式の統一的誘導, 土木学会論文集, 238 号, pp.111-113, 1975. 6.
- 7) 福本昤士：新体系土木工学 9, 構造物の座屈・安定解析, 技報堂, pp.160-181, 1982. 9.
- 8) 土木学会：鋼構造シリーズ 12, 座屈設計ガイドライン, 改訂第 2 版 [2005 年版], 丸善, pp.110-111, 2005. 10.
- 9) Galambos, T.V., 福本昤士, 西野文雄 共訳：鋼構造部材と骨組 - 強度と設計 -, 丸善, pp.24-68, 1970.
- 10) Timoshenko, S.P., Gere, J.M: Theory of Elastic Stability, Second Edition, McGraw-Hill, pp.135-142, pp.190-192, 1961.
- 11) 鈴木敏郎：H 形鋼部材の横座屈応力度について (はりの横座屈に関する研究), 日本建築学会, 第 229 号, pp.43-189, 1975. 3.
- 12) 喬崎雲, 河野昭彦, 津田恵吾, 城戸将江, 吉海伸祐, 李泰洙, 窪寺弘顕：超高強度乾式組立材の振り剛性に関する実験的研究, 日本建築学会研究報告九州支部, 鋼造系, 第 48 号・1, pp.365-368, 2009. 3.

