

# 球面収差補正形球面鏡アンテナの設計法

浦崎 修治\*

(平成21年8月5日受理)

## Design Method of Spherical reflector Antennas with a Correcting Subreflector for Spherical Aberration

Shuji URASAKI

(Received Aug. 5, 2009)

### Abstract

This paper describes design method of spherical reflector antennas with the subreflector between the main spherical reflector and the primary horn in order to correct for spherical aberration. Design parameters are three, namely, an aperture angle of the main reflector, a diameter of the subreflector and a position of the horn.

If coordinates of the subreflector are defined doubly for some combination of the three parameters, the subreflector cannot be formed. Analytical condition to form the subreflector is deduced using the three design parameters. In numerical results, a subreflector diameter have much influence rather than a horn position for forming condition, the minimum diameter of the forming subreflector exist according as an aperture angle of the main reflector.

An amplitude distribution in the main reflector is presented for the three design parameters and the illuminated radiation patterns at the subreflector. If the diameter of the subreflector is selected for the minimum value describe above in order to minimize aperture blocking of the subreflector, an extremely inverse-taped amplitude distribution which have deteriorate radiation characteristics is produced.

**Key Words:** reflector antenna, aperture antenna

### 1. まえがき

球面鏡は球面収差をもつため、これを補正するために一次放射器を線波源にする<sup>(1),(2)</sup>、または一次放射器であるホーンと球面鏡との間に副反射鏡を設ける方法<sup>(3)</sup>がある。パラボラアンテナにおいてアンテナビームを偏向させる場合はアンテナ全体を駆動させるが、球面鏡アンテナの場合、球面の中心回りに線状の一次放射器のみ、またはホーンと副反射鏡のみを駆動すればよく、球面鏡を固定でき機構上にメリットがある。

ここでは、ホーン給電の球面収差補正形副反射鏡をもつ

球面鏡アンテナの設計法を述べる。この球面鏡アンテナの設計パラメーターは主反射鏡である球面鏡の開口径、開口角、副反射鏡の開口径、およびホーンの位置である。ここで、主反射鏡開口径は固定できるので設計パラメーターは残りの3個となる。

まず、3個の設計パラメーターを用いて主反射鏡および副反射鏡の周辺の座標、すなわち外形を決定でき、ホーンの位相中心から主反射鏡開口面までの全光路長に対する初期値を求めることができる。次に、法線方向が既知である任意の球面鏡上の点へ入射した光線はこの点での反射の法則から反射方向が定まり、副反射鏡の座標は初期値として

\* 広島工業大学工学部電気・デジタルシステム工学科

求めている全行路長と等しくする条件から決定できる。

しかし、設計パラメータの与え方によっては、周辺から中心部へ副反射鏡鏡面を求めていくと二重に副反射鏡の座標が定義され、副反射鏡を形成できない場合がある。ここでは、3個の設計パラメータを用いて副反射鏡の形成できる条件式を導いている。

収差補正形副反射鏡をもつ球面鏡アンテナの開口分布は逆テーパ分布になることが報告されている<sup>(3)</sup>。ここでは、副反射鏡を形成できる範囲において、3個の設計パラメータを変化させた場合の開口分布を求めている。

## 2. 主反射鏡, 副反射鏡の外形

図1に示す主反射鏡は点Cを中心とする球面鏡, 副反射鏡は球面収差を補正する非2次曲面, 一次放射器は点Fを位相中心とする給電ホーンである。主反射鏡の開口径 $D_m$ , 主反射鏡の開口角 $\theta_{mm}$ , 副反射鏡の開口径 $D_s$ , および位相中心Fの位置 $Z_f$ が設計パラメータで初期値として与えるものである。ここで、Z軸は鏡軸である。

主反射鏡の周辺 $M_1$  ( $M_2$ ) において鏡軸と平行な入射光線が反射して副反射鏡の周辺 $S_1$  ( $S_2$ ) へ向い、最終的に焦点Fへ集束するものとする。 $M_1S_1$ がZ軸と交わる点を $A_0$ とする。このZ軸の点 $A_0$ を含み鏡軸と垂直な面を開口面 $A_1A_0A_2$ とする。

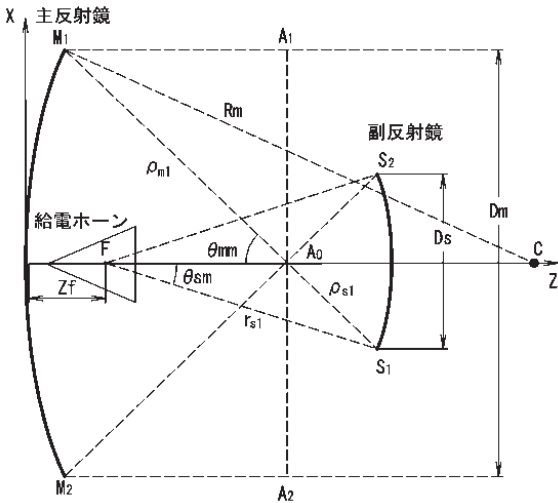


図1 反射鏡の外形

点 $M_1$ における反射の法則から、球面鏡の半径 $|M_1C|$ を $R_m$ ,  $|M_1A_0|$ を $\rho_{m1}$ とすると次のようになる。

$$R_m = \frac{D_m}{2 \sin\left(\frac{\theta_{mm}}{2}\right)} \quad (1)$$

$$\rho_{m1} = \frac{D_m}{2 \sin(\theta_{mm})} \quad (2)$$

ここで、点 $A_0$ のZ座標を $Z_{a0}$ , 点 $M_1$ のZ座標を $Z_{m1}$ すると次のようになる。

$$Z_{a0} = R_m - \rho_{m1} \quad (3)$$

$$Z_{m1} = Z_{a0} - \rho_{m1} \cos \theta_{mm} \quad (4)$$

点 $S_1$ における反射の法則から、 $|A_0S_1|$ を $\rho_{s1}$ ,  $|S_1F|$ を $r_{s1}$ , 点Fから副反射鏡の周辺 $S_1$ の見込み角を $\theta_{sm}$ とすると次のようになる。

$$\rho_{s1} = \frac{D_s}{2 \sin(\theta_{sm})} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} r_{s1} \sin \theta_{sm} &= \rho_{s1} \sin \theta_{sm} \\ &= \frac{D_s}{2} \end{aligned} \quad (6)$$

$$r_{s1} \cos \theta_{sm} - \rho_{s1} \cos \theta_{sm} = Z_{a0} - Z_f \quad (7)$$

式(6), (7)から $r_{s1}$ ,  $\theta_{sm}$ は次のようになる。

$$\tan \theta_{sm} = \frac{D_s}{2(Z_{a0} - Z_f + \rho_{s1} \cos \theta_{sm})} \quad (8)$$

$$r_{s1} = \frac{D_s}{2 \sin \theta_{sm}} \quad (9)$$

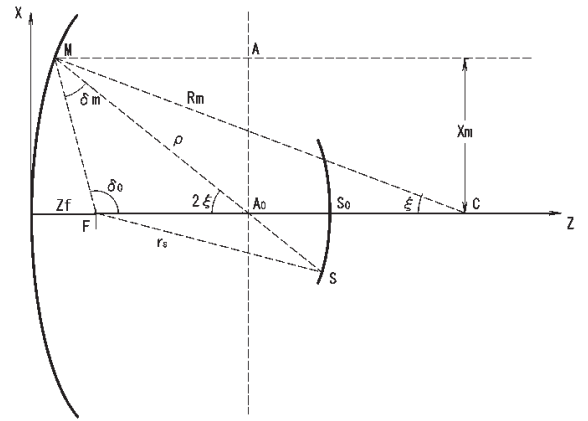


図2 副反射鏡の鏡面座標

以上から各反射鏡の外形が定まるので、開口面 $A_1A_0A_2$ の周辺から焦点Fまでの全光路長 $L$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} L &= |\overrightarrow{A_1M_1}| + |\overrightarrow{M_1A_0S_1}| + |\overrightarrow{S_1F}| \\ &= (Z_{a0} - Z_{m1}) + (\rho_{m1} + \rho_{s1}) \\ &\quad + r_{s1} \end{aligned} \quad (10)$$

## 3. 収差補正形副反射鏡の鏡面座標

副反射鏡の鏡面座標は、図2に示す点Mでの反射の法則と光路長一定の条件から求めることができる。

主反射鏡の点M ( $X_m$ ,  $Z_m$ ) へ入射した光線が、反射して副反射鏡上の点S ( $X_s$ ,  $Z_s$ ) へ向かうものとする。ここで、 $X_m$ を入力として与えると $Z_m$ は次のようになる。

$$Z_m = R_m(1 - \cos\xi) \quad (11)$$

$$\sin\xi = \frac{X_m}{R_m} \quad (12)$$

点  $M$  に入射した光線が開口面と交わる点を  $A$  とする。この開口面上の点  $A$  から焦点  $F$  までの光路長  $L$  は  $|AMSF|$  で与えられ、次のようになる。

$$L = |AM| + |MS| + |SF| \quad (13)$$

$$= (Z_{a0} - Z_m) + \rho + r_s \quad (14)$$

ここで、 $|MS|$  を  $\rho_s$ 、 $|SF|$  を  $r_s$  としている。

したがって、 $(\rho + r_s)$  は次のように定数となり、これを  $2a_s$  で表わすと次のようになる。

$$\rho + r_s = L - (Z_{a0} - Z_m) \quad (15)$$

$$= 2a_s \quad (16)$$

また、 $|FM|$  を焦点  $F$ 、焦点  $M$  の焦点距離  $2f_s$  で表わすと次のようになる。

$$2f_s = \sqrt{X_m^2 + (Z_m - Z_f)^2} \quad (17)$$

したがって、 $S(X_s, Z_s)$  は鏡面定数が  $a_s$ 、 $f_s$  の楕円面鏡と点  $M$  での反射光線との交点となり、次のようになる。

$$X_s = X_m - \rho_s \sin 2\xi \quad (18)$$

$$Z_s = Z_m + \rho_s \cos 2\xi \quad (19)$$

ここで、 $\rho_s$  は次式で表される。

$$\rho_s = \frac{a_s(1 - e_s^2)}{1 - e_s \cos \delta_m} \quad (20)$$

$$e_s = \frac{f_s}{a_s} \quad (21)$$

$$\delta_m = \pi - (\delta_0 + 2\xi) \quad (22)$$

$$\tan \delta_0 = \frac{X_m}{Z_m - Z_f} \quad (23)$$

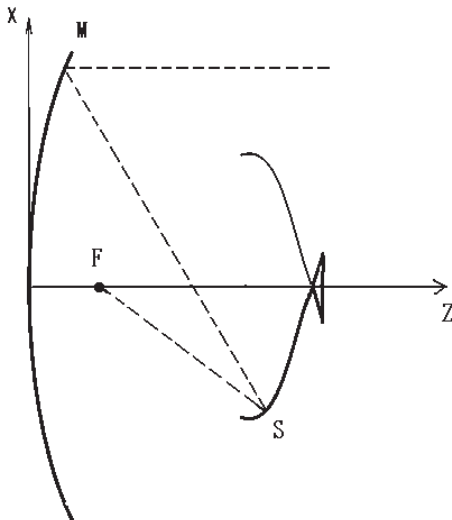


図3 副反射鏡の湾曲

## 4. 副反射鏡の形成条件

### 4.1 形成できる条件式

2章の設計パラメータを与え、3章で示した式に基づいて副反射鏡の鏡面座標を求めることができる。しかし、設計パラメータによっては図3に示すように副反射鏡が2重に定義され、すなわち湾曲が生じて副反射鏡を形成できない場合がある。

図4を用い、この湾曲が発生しない、すなわち副反射鏡を形成できるための条件式を導出する。主反射鏡の中心へ入射した光線に対応する副反射鏡の座標は3章の計算式から求まり、この副反射鏡の点は鏡軸、すなわち  $Z$  軸上にある。湾曲が発生する条件は主反射鏡の中心へ入射した光線以外の入射光線に対しても3章から求める副反射鏡の点  $S$  が図4に示すように鏡軸上にある場合である。

点  $M$  へ入射した光線が開口面と交わる点を  $A$ 、点  $M$  での反射の法則を用いて、副反射鏡上の点  $S$  が鏡軸上に存在する場合の全光路長  $L$  は次のようになる。

$$\begin{aligned} L &= (Z_{a0} - Z_m) + \rho_{m0} + (R_m - \rho_{m0} - Z_f) \\ &= (R_m \cos \xi - \rho_{m1}) + R_m - Z_f \\ &= R_m(1 + \cos \xi) \frac{D_m}{2 \sin \theta_{mm}} - Z_f \\ &= \frac{D_m}{\sin \frac{\theta_{mm}}{2}} \cos^2 \frac{\xi}{2} - \frac{D_m}{2 \sin \theta_{mm}} - Z_f \end{aligned} \quad (24)$$

一方、初期値として与えられている全光路長  $L$  は式(10)で与えられており、これを設計パラメータで表示して整理すると次のようになる。

$$L = \frac{D_m}{2} \cot \frac{\theta_{mm}}{2} + \frac{D_s}{2} \frac{1}{\sin \theta_{mm}} + \frac{1}{\sin \theta_{sm}} \quad (25)$$

ここで、 $\theta_{sm}$  は次式で表される。

$$\tan \theta_{sm} = \frac{D_s}{2\eta} \quad (26)$$

$$\eta = \frac{D_m}{2} \frac{1}{\sin \frac{\theta_{mm}}{2}} - \frac{1}{\sin \theta_{mm}} + \frac{D_s}{2} \cot \theta_{mm} - Z_f \quad (27)$$

式(25)を式(24)へ代入して  $\xi$  を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{D_m}{\sin \frac{\theta_{mm}}{2}} \cos^2 \frac{\xi}{2} &= \frac{D_m}{2} \left( \cos \frac{\theta_{mm}}{2} + \frac{1}{\sin \theta_{mm}} \right) \\ &+ \frac{D_s}{2} \left( \frac{1}{\sin \theta_{mm}} + \frac{1}{\sin \theta_{sm}} \right) + Z_f \end{aligned} \quad (28)$$

上式から  $\sin \xi$  を求めると次のようになる。

$$\sin^2 \frac{\xi}{2} = \left( 1 - \frac{\cos \frac{\theta_{mm}}{2}}{2} \right) - \frac{1}{4} \frac{1}{\cos \frac{\theta_{mm}}{2}} .$$

$$\left(1 + \frac{D_s}{D_m}\right) - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{D_s}{D_m}\right) \frac{1}{\sin \theta_{sm}} + \frac{2Z_f}{D_m} \right\} \sin \frac{\theta_{mm}}{2} \quad (29)$$

式(29)の右辺が零以上ならば、 $\xi$ が存在し湾曲が発生する。したがって、与える入力パラメータによって右辺が零となる境界が副反射鏡の形成できる限界値となる。

#### 4.2 計算結果

主反射鏡の開口径  $D_m$  は10mと固定すると、設計パラメータは副反射鏡の開口径  $D_s$ 、開口角  $\theta_{mm}$  および給電ホーンの焦点  $Z_f$  である。この3個の設計パラメータによっては、副反射鏡が湾曲して反射鏡として機能することができず、これらの設計パラメータには取り得る範囲がある。いま、 $\theta_{mm}$  を与えた場合、式(29)から取り得る  $D_s$  に最小値があり、これを図5に示す。ここで、 $Z_f$  は -1m, 0m, +1m としている。この最小値よりも大きい  $D_s$  が副反射鏡を形成できる条件である。

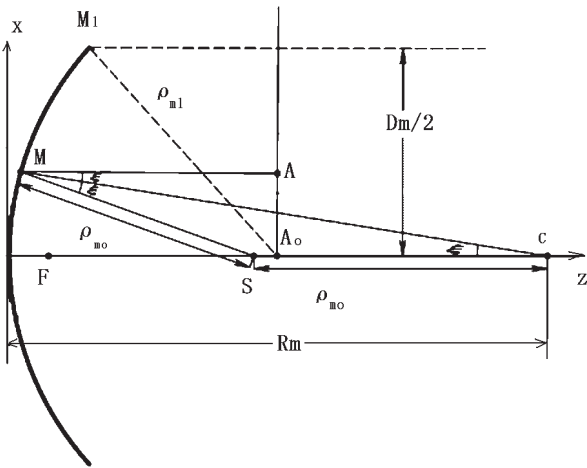


図4 副反射鏡の形成条件

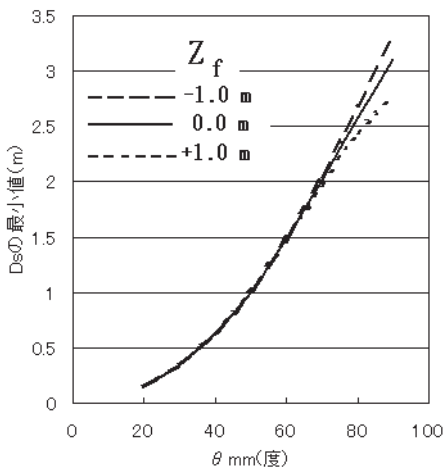


図5  $D_s$  の最小値

### 5. 開口分布

#### 5.1 計算式

図6に示すように、給電ホーンの位相中心  $F$  から副反射鏡上の点  $S$  を見込む角は  $\theta_s$ 、この  $S$  に対応する主反射鏡上の点  $M$  の  $X$  座標は  $X_m$  とする。

ここで、主反射鏡と副反射鏡は回転対称な反射鏡であり、また一次放射器であるホーンの放射パターン  $P(\theta)$  も回転対称とすると、主反射鏡の振幅分布  $A(X_m)$  は電力保存法則から次のようになる。

$$A(x_m) = P(\theta_s) \frac{\sin \theta_s}{x_m} \frac{d\theta_s}{dx_m} \quad (30)$$

ここで、3章で示したように  $X_m$  を与えると  $\theta_s$  が求まる。これを再度、列記すると次のようになる。

$$z_m = R_m (1 - \cos \xi) \quad (31)$$

$$\sin \xi = \frac{x_m}{R_m} \quad (32)$$

$$\tan \delta_0 = \frac{x_m}{z_m - z_f} \quad (33)$$

$$\delta_m = \pi - (\delta_0 + 2\xi) \quad (34)$$

$$e_s = \frac{f_s}{a_s} \quad (35)$$

$$\rho_s = \frac{a_s (1 - e_s^2)}{1 - e_s \cos \delta_m} \quad (36)$$

$$2f_s = \sqrt{x_m^2 + (z_m - z_f)^2} \quad (37)$$

$$2a_s = L - (z_{a0} - z_m) \quad (38)$$

$$x_s = x_m - \rho_s \sin 2\xi \quad (39)$$

$$z_s = z_m + \rho_s \cos 2\xi \quad (40)$$

$$\tan \theta_s = \frac{x_s}{z_s} \quad (41)$$

次に、式(30)に含まれる  $(d\theta_s/dx_m)$  を求めると次のよう

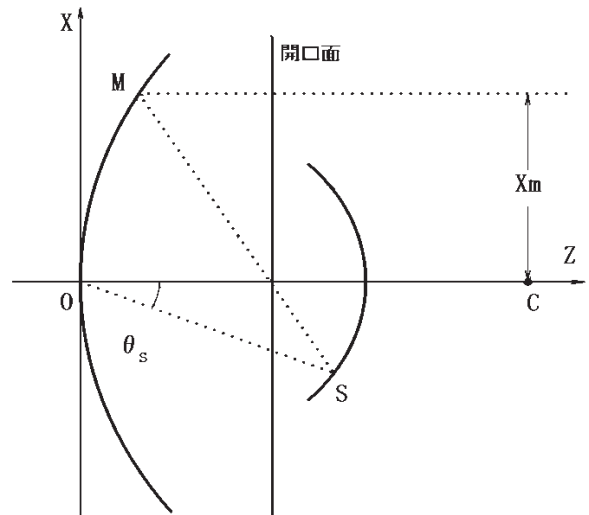


図6 電力保存の法則

になる。

$$z_s \sec^2 \theta_s \left( \frac{d\theta_s}{dx_m} \right) = \frac{dx_s}{dx_m} - \frac{dz_s}{dx_m} \tan \theta_s \quad (42)$$

ここで、 $(dx_s/dx_m)$ 、 $(dz_s/dx_m)$  は以下の式から求まる。

$$\frac{dx_s}{dx_m} = 1 - \frac{d\rho_s}{dx_s} \sin 2\zeta - 2\rho_s \cos 2\zeta \frac{d\zeta}{dx_m} \quad (43)$$

$$\frac{dz_s}{dx_m} = \frac{dz_m}{dx_m} + \frac{d\rho_s}{dx_m} \cos 2\zeta - 2\rho_s \sin 2\zeta \frac{d\zeta}{dx_m} \quad (44)$$

$$R_m \cos \zeta \frac{d\zeta}{dx_m} = 1 \quad (45)$$

$$\frac{dz_m}{dx_m} = \tan \zeta \quad (46)$$

$$\frac{d\delta_0}{dx_m} = \frac{1 - \tan \zeta \tan \delta_0}{(z_m - z_f) \sec^2 \delta_0} \quad (47)$$

$$\frac{d\delta_m}{dx_m} = -\frac{d\delta_0}{dx_m} - 2 \frac{d\zeta}{dx_m} \quad (48)$$

$$2 \frac{df_s}{dx_m} = \frac{x_m + \tan \zeta (z_m - z_f)}{2f_s} \quad (49)$$

$$2 \frac{da_s}{dx_m} = \tan \zeta \quad (50)$$

$$\frac{de_s}{dx_m} = \frac{1}{a_s} \left( \frac{df_s}{dx_m} - \frac{da_s}{dx_m} e_s \right) \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_s}{dx_m} (1 - e_s \cos \delta_m) &= \frac{da_s}{dx_m} (1 - e_s^2) - 2a_s e_s \frac{de_s}{dx_m} \\ &+ \rho_s \left( \frac{de_s}{dx_m} \cos \delta_m - e_s \sin \delta_m \frac{d\delta_m}{dx_m} \right) \end{aligned} \quad (52)$$

## 5.2 計算結果

ここでも、 $D_m$ を10mと固定している。また、 $P(\theta_s)$ を $\cos^n \theta_s$ と仮定し、副反射鏡周辺(図1における $S_1$ および $S_2$ )における周辺レベルを $-E$  [dB] とすると、 $n$ は $-E / \{10 \log_{10} (\cos \theta_{sm})\}$ となる。

設計パラメータ $\theta_{mm}$ を $40^\circ$ 、 $50^\circ$ 、 $60^\circ$ とした時、図5から $D_s$ の最小値は各々、約0.8 m、1.05 m、1.5 mとなる。ここで、 $Z_f$ は0 mとしている。これら $D_s$ の最小値近傍において副反射鏡周辺レベルを $-15$ dB、 $-20$ dB、 $-30$ dBと変化させ、 $\theta_{mm}$ が $40^\circ$ 、 $50^\circ$ 、 $60^\circ$ 場合の振幅分布を各々図7、図8、図9に示す。

図7、図8、図9から $D_s$ を最小値近傍に選ぶと逆テーパ分布が目立っている。次に、 $D_s$ を最小値よりも大きくした場合の振幅分布を求める。図10は $\theta_{mm}$ が $50^\circ$ 近傍における $D_s$ の最小値を拡大したものである。ここでも、 $Z_f$ は0 mとしている。この $\theta_{mm}$ 、 $50^\circ$ において、 $D_s$ を最小値近傍の1.05 m、およびこれを超えた1.2 m、1.4 mとした場合の振幅分布を図11に示す。ここで、周辺レベルは $-20$ dBである。 $D_s$ が大きくなると、逆テーパ分布が緩

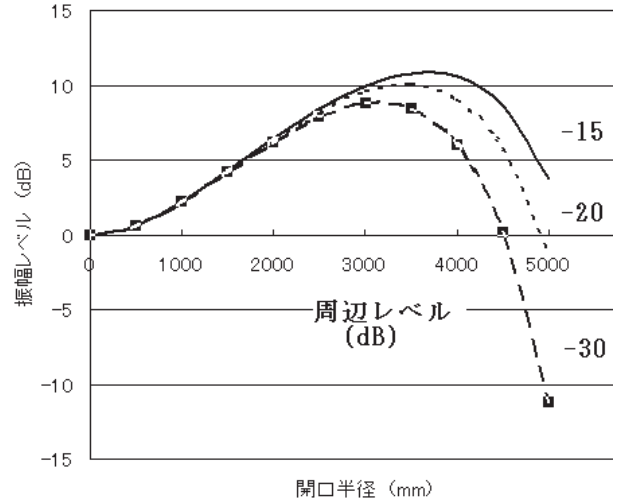


図7 周辺レベルを変化させた場合の振幅分布 (40度の場合)

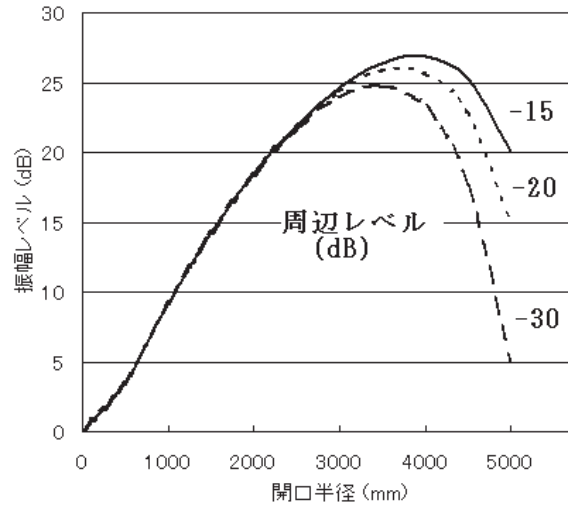


図8 周辺レベルを変化させた場合の振幅分布 (50度の場合)

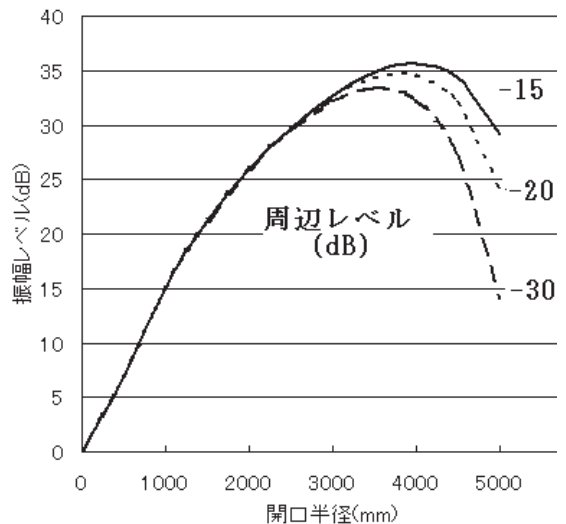


図9 周辺レベルを変化させた場合の振幅分布 (60度の場合)

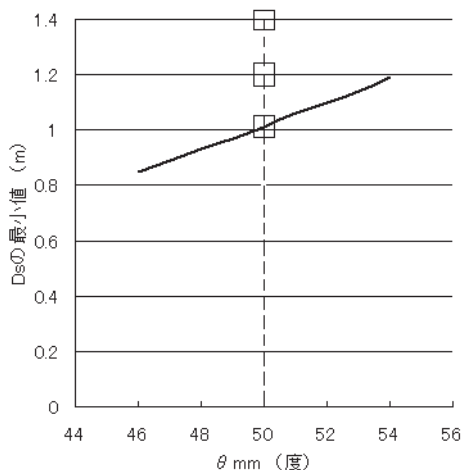


図 10  $D_s$  の最小値 (拡大)

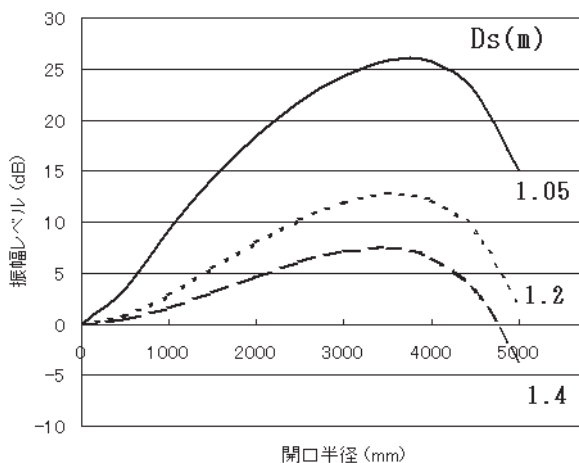


図 11  $D_s$  を変化させた場合の振幅分布

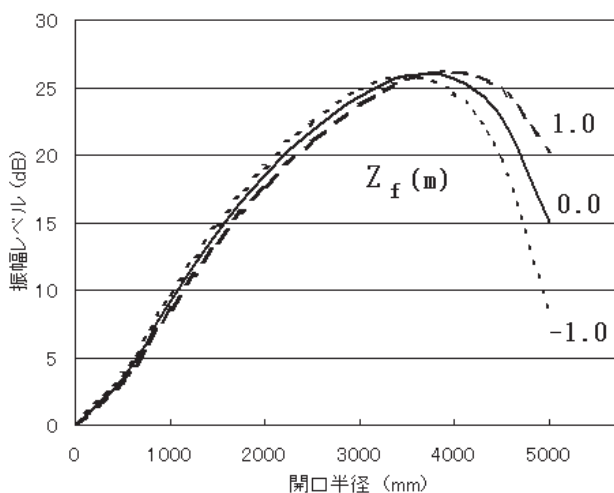


図 12  $Z_f$  を変化させた場合の振幅分布

和される。

最後に  $Z_f$  を変化させた場合の振幅分布を示す。ここで、 $\theta_{min}$  は  $50^\circ$ 、 $D_s$  は最小値近傍の  $1.05\text{ m}$ 、周辺レベルは  $-20\text{ dB}$  とし、 $Z_f$  を  $-1.0\text{ m}$ 、 $0\text{ m}$ 、 $1.0\text{ m}$  と変化させた場合の振幅分布を図 12 に示す。

以上から、副反射鏡である非 2 次曲面が反射鏡として機能することができる  $D_s$  の最小値近傍に選ぶと極度の逆テーパ分布となる。一方、この逆テーパ分布を緩和するためにこの最小値を超える  $D_s$  にすると開口ブロッキングが大きくなるため、いずれにしても放射特性が劣化する。

## 6. むすび

主反射鏡である球面鏡の開口径を固定すると、設計パラメーターは主反射鏡の開口角、副反射鏡の開口径、およびホーンの位置の 3 個となることを示した。これらの設計パラメーターを自由に与えることはできず、主反射鏡の開口角に応じて副反射鏡が形成できるためには副反射鏡開口径において最小値が存在することを示した。なお、ホーン的位置によるこの最小値の変化は小さい。

次に、3 個の鏡面設計パラメーターに加え、副反射鏡周辺レベルを変化させて、主反射鏡上の開口分布を求めた。ここでも、副反射鏡の開口径による開口分布の変化は大きく、上記の最小値に副反射鏡の開口径を選ぶと極度の逆テーパ分布となる。この逆テーパ分布を解消するためには球面鏡アンテナの鏡面修整が必要となる<sup>(4)</sup>。

## 文 献

- [1] A. W. Love, "Spherical Reflecting Antennas with Corrected Line Sources," IRE Trans. Antennas Propagation 10, 529, 1962.
- [2] L. W. Lalonde and D.E.Harris, "A high performance line source feed for the AIO spherical reflector," IEEE Trans.,Antennas Propagation, AP-18, pp.41-48, Jan. 1970.
- [3] F.S.Holt and E.L.Bouche, "A Gregorian corrector for spherical reflectors," IEEE Trans., Antennas Propagation 12, 4447, 1964.
- [4] 岡田, 浦崎, "球面鏡アンテナの鏡面修整法," 信学技報, A. P200746 (2007-7).