

## 2 輪倒立モデルの解析と電子制御教育への応用

田中 武\*・片岡 弘行\*\*・山田 明宏\*\*\*

(平成 20 年 10 月 31 日受理)

### Analysis of Two-Wheel Inverted Model and Its Application to the Education of Electronic Control

Takeshi TANAKA, Hiroyuki KATAOKA, and Akihiro YAMADA

(Received Oct. 31, 2008)

#### Abstract

Hiroshima Institute of Technology has been teaching integrated circuit designs and semiconductor processes since 1989. We made the lecture system about the fabrication of pMOS and CMOS FET using semiconductor processing and testing apparatus at Kitakyushu Science and Research Park for students. To instruct an application of electron device, analysis of Two-wheel inverted model was applied to the education of the electronic control.

**Key Words:** MATLAB, simulink, model based design, electronic control

#### 1. まえがき

近年、集積回路技術のめざましい進歩により、集積回路は、高速化、高性能化および高集積化される中で、大学における LSI 教育、およびその応用である電子制御技術教育の重要性が指摘されている。本学においても、平成元年度に簡単な集積回路の設計およびプロセス教育のできる「集積回路教育実習システム」が文部省教育装置助成で設置され、その実習内容を報告した<sup>1)</sup>。その後、平成 10 年度日本私立学校・振興共済事業団の「特色のある教育研究の推進」に採択され、集積回路関連設計・プロセス工学教育システムの開発を行ってきた<sup>2)</sup>。

今後の集積回路の高集積化、高密度化、および高性能化に伴い、半導体プロセス技術の発展に伴い、システム設計、回路設計、デバイス設計、半導体プロセス工学までを統合した知識・技術、およびそれらの応用と体験が必要になる。

プリント基板から製作し、システム LSI を設計・実装し、動作確認と同時に、同様な内容を e-learning することにより理解を深め、ものづくりと e-learning システムの両立する高度なシステムの構築するために、北九州学術研究都市の共同研究開発センター<sup>3)</sup> で用いられている pMOS および CMOSFET プロセスを、システム LSI 関連ものづくり教育に取り込むために初歩的なシステム LSI の作成を試みた<sup>4)</sup>。

本研究では、同軸 2 輪倒立モデル（ここでは、(株)北斗電子製 PUPPY) の物理モデルの解析と、本学の電子制御教育へ応用したので報告する。

#### 2. 同軸 2 輪車型倒立振子の動作原理<sup>5)</sup>

構造的に不安定な同軸 2 輪車型倒立振子（ここでは、(株)北斗電子製 PUPPY) を倒立させる制御の動作原理について述べる。この制御を行うためには、PUPPY 本体の傾斜

\* 広島工業大学工学部電子情報工学科

\*\* 広島工業大学大学院工学系研究科知的機能科学専攻

\*\*\* A.LSI デザイン(株)

角, 角速度, 車輪の角速度等から車輪に適切なトルクを求め, そのトルク値を, モータを用いて発生させ, 倒立振子の倒立状態を維持することができる。ここではサンプルプログラムでの PUPPY のモデリング, 制御系設計の方法について簡単に説明する。

### 2-1 Puppy の運動方程式

モデリングにはラグランジュの運動方程式を使用する。この方法は系全体の運動エネルギー, ポテンシャルエネルギーを一般化座標と対応する一般化速度を使って表すと, 機械的な計算を行うだけで系の運動方程式が導かれる利点がある。

以下のように変数とパラメータの記号を定義する。

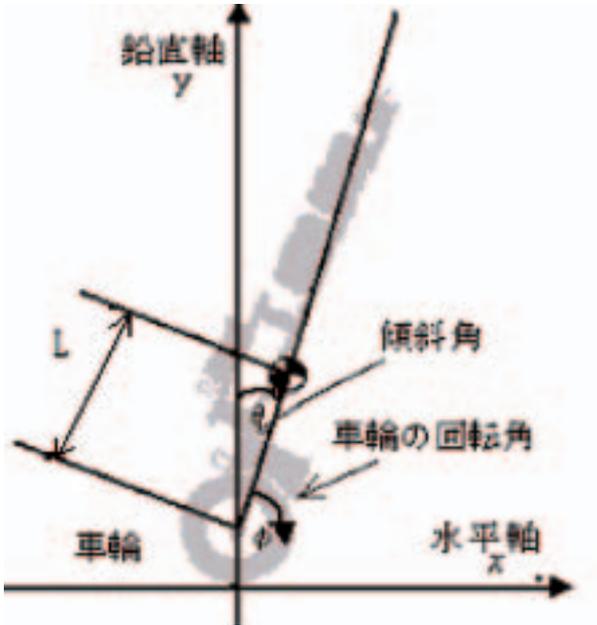


Fig. 1 Puppy の側面模式図

ここでは, 以下のように変数とパラメータの記号を定義する。

- $\theta$  : 本体の進行方向の傾斜角 (鉛直軸から進行方向に傾斜したときが正)
- $\varphi$  : 本体から測った車輪の回転角 (前進回転方向が正)
- $I$  : 本体の傾斜方向の慣性モーメント
- $L$  : 車軸から測った本体の重心の距離
- $M$  : 本体の質量
- $m$  : 車輪 2 つの質量
- $J$  : 車輪の慣性モーメント
- $r$  : 車輪の半径
- $D_\varphi$  : 車輪の回転に伴う速度摩擦係数
- $D_\theta$  : 車軸回りに本体が回転するときの速度摩擦係数

### 2-2 運動エネルギー

剛体の運動エネルギーは, 重心回りの回転運動エネルギーと重心の並進運動エネルギーの和で与えられる。

車輪の回転運動エネルギーは車輪の軸回りの慣性モーメントが  $J$  なので

$$T_{wr} = \frac{1}{2} J (\dot{\varphi} + \dot{\theta})^2 \quad \dots\dots\dots (1-1)$$

ここで, 回転角速度が  $\varphi$  だけではなく  $\dot{\theta}$  が加算されているのは, 傾斜することによっても車輪が回転するためである。

傾斜方向の回転運動エネルギーは, 車軸回りに  $\theta$  だけ回転するときには本体の重心回りに同じだけ回転していることに注目すると

$$T_{Br} = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad \dots\dots\dots (1-2)$$

となる。

並進運動エネルギーに関しては, 車輪の並進運動エネルギーと本体の並進運動エネルギーをそれぞれ求めなければならない。

車輪の並進運動エネルギーは, 車輪 2 つの質量が  $m$  なので重心が車軸の中心にあると考えて求める。車輪の動く速さを  $v$  とすると, 車輪の並進運動エネルギーは

$$v = r(\dot{\theta} + \dot{\varphi})$$

$$T_{wr} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m r^2 (\dot{\theta}^2 + 2\dot{\theta}\dot{\varphi} + \dot{\varphi}^2) \quad \dots\dots\dots (1-3)$$

本体の並進運動エネルギーは

$$T_{Br} = \frac{1}{2} M V^2$$

$$= \frac{1}{2} M (V_x^2 + V_y^2)$$

$$= \frac{1}{2} M \left\{ \dot{\varphi}_2 r^2 + \dot{\theta}_2 (r^2 + 2rL \cos \theta + L^2) + 2\dot{\varphi}\dot{\theta} (r^2 + rL \cos \theta) \right\} \quad \dots\dots\dots (1-4)$$

ただし

$$\begin{cases} V_x = \frac{d}{dt} \{ r(\theta + \varphi) + L \sin \theta \} \\ V_y = \frac{d}{dt} (L \cos \theta) \end{cases}$$

となる。

運動エネルギーの総和は式(1-1), 式(1-2), 式(1-3), 式(1-4)を足しあわせたものとなる。

$$T = T_{Wr} + T_{Br} + T_{Wl} + T_{Bl} \dots\dots\dots (1-5)$$

2-3 ポテンシャルエネルギー

ポテンシャルエネルギー $U$ は重心の位置エネルギーなので

$$U = MgL \cos \theta \dots\dots\dots (1-6)$$

となる。

2-4 ラグランジュ関数とラグランジュの運動方程式

運動方程式を書き下すために必要なラグランジュ関数 $L(\varphi, \dot{\varphi}, \theta, \dot{\theta})$ は, 運動エネルギーとポテンシャルエネルギーから機械的に以下のように求められる。

$$L = T - U \dots\dots\dots (1-7)$$

ラグランジュの運動方程式は, 車輪を駆動する軸トルクを $\tau$ とすると以下のように与えられる。

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} + D_{\varphi} \dot{\varphi} = \tau \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} + D_{\theta} \dot{\theta} = 0 \dots\dots\dots (1-8) \end{cases}$$

式(1-8)に式(1-7)を代入して計算を進めていくと以下の結果が導き出される。

$$\begin{cases} \{(m+M)r^2 + J\}\ddot{\varphi} + \{(m+M)r^2 + MrL \cos \theta + J\}\ddot{\theta} - \dot{\theta}^2 MrL \sin \theta + D_{\varphi} \dot{\varphi} = \tau \\ \{(m+M)r^2 + MrL \cos \theta + J\}\ddot{\varphi} + \{(m+M)r^2 + 2MrL \cos \theta + ML^2 + J + I\}\ddot{\theta} \\ - \dot{\theta}^2 MrL \sin \theta - MgL \sin \theta + D_{\theta} \dot{\theta} = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (1-9)$$

式(1-9)の定数部分を変数変換して見通しを良くする。

$$\begin{cases} a = (m+M)r^2 + J \\ b = MrL \\ c = ML^2 + I \\ u = MgL \end{cases}$$

とおくと

$$\begin{cases} a\ddot{\varphi} + (a + b \cos \theta)\ddot{\theta} - \dot{\theta}^2 b \sin \theta + D_{\varphi} \dot{\varphi} = \tau \\ (a + b \cos \theta)\ddot{\varphi} + (a + 2b \cos \theta + c)\ddot{\theta} - \dot{\theta}^2 b \sin \theta - u \sin \theta + D_{\theta} \dot{\theta} = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (1-10)$$

と表される。

このラグランジュの運動方程式(1-10)を用いて制御の設計を行っている。

2-5 PUPPYの制御モデル

PUPPYが倒立状態にあるときには $\theta$ と $\dot{\theta}$ は小さな値をとり続ける。前章で導いた運動方程式は, これらの変数に関して非線形な関数を含んでいたが, 倒立状態を考えると $\theta = 0, \dot{\theta} = 0$ のまわりで線形近似した式に置き換えても問題が生じないと考える。

このことから $\cos \theta \approx 1, \sin \theta \approx \theta$ と近似し,  $\dot{\theta}$ 等の非線形項をゼロとみなすと式(1-10)は

$$\begin{cases} a\ddot{\varphi} + (a+b)\ddot{\theta} + D_{\varphi} \dot{\varphi} = \tau \\ (a+b)\ddot{\varphi} + (a+2b+c)\ddot{\theta} - u\theta + D_{\theta} \dot{\theta} = 0 \dots\dots\dots (2-1) \end{cases}$$

と表される。この式を変形すると,

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = a_{21}\theta + a_{22}\dot{\theta} + a_{23}\dot{\varphi} + b_2\tau \\ \ddot{\varphi} = a_{31}\theta + a_{32}\dot{\theta} + a_{33}\dot{\varphi} + b_3\tau \end{cases} \dots\dots\dots (2-2)$$

ただし,

$$\begin{aligned} a_{21} &= \frac{au}{ac-b^2} & a_{22} &= \frac{-aD_{\theta}}{ac-b^2} \\ a_{23} &= \frac{(a+b)D_{\varphi}}{ac-b^2} \\ a_{31} &= \frac{-(a+b)}{ac-b^2} & a_{32} &= \frac{(a+b)D_{\theta}}{ac-b^2} \\ a_{33} &= \frac{-(a+2b+c)D_{\varphi}}{ac-b^2} \\ b_2 &= \frac{-(a+b)}{ac-b^2} & b_3 &= \frac{(a+2b+c)}{ac-b^2} \end{aligned}$$

となりこの式を状態方程式の形にすると

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\varphi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\varphi}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \tau(t) \dots\dots\dots (2-3)$$

となる。この式(2-3)が以降の制御設計の基礎となる状態方程式となる。

この状態方程式を用いて作成したソフトウェアを実装したPuppyの動作を Fig.2 に示す。



Fig.2 倒立制御中の puppy

次に、Puppy のマイコンのプログラムの変更を行った。Puppy のプログラムの変更は、パソコンを用いて、プログラム内容を変更、コンパイル、そして、マイコンへの書き込みにより可能である。

実際に、プログラムの変更、コンパイル、書き込みを行ったところ、所要時間が約1分であった。

Puppy の動作を観察しながら、Puppy のプログラムの変更する必要があるため、プログラム中の簡単な変数の値を変更するのであっても、プログラムの修正時間がかかるのと、修正前の Puppy の動作を記録し、修正後の Puppy の動作との比較は困難である。制御モデルをリアルタイムで動作させ、Puppy を制御でき、パラメータをオンラインで調整可能な dspace 社製のラピッドコントロールプロトタイピングを用いて、Puppy のプログラムの修正を試みた。

ラピッドコントロールプロトタイピングを用いるために、Puppy の制御モデルを MATLAB/simulink を用いて記述することを試みた。

### 2-7 MATLAB/simulink を用いた Puppy の制御モデル

前節で述べたように、Puppy の制御モデルは(2-3)式で表される。この状態方程式を、MATLAB/simulink を用いて Fig.3 に示す。

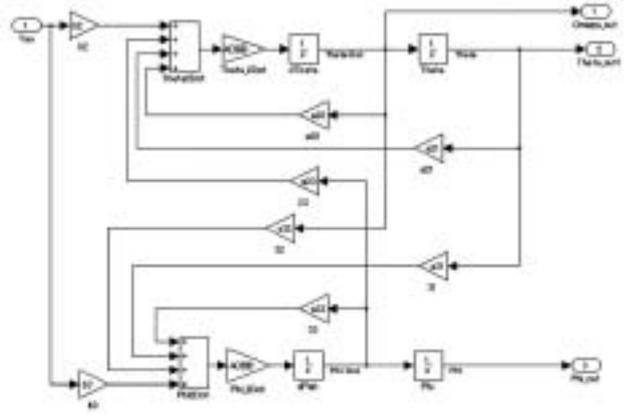


Fig.3 MATLAB/simulink を用いて表した倒立振り子 Puppy の状態方程式

さらに周辺のモデルを付加した倒立モデル (Puppy) の倒立制御用 simulink モデルを Fig.4 に示す。

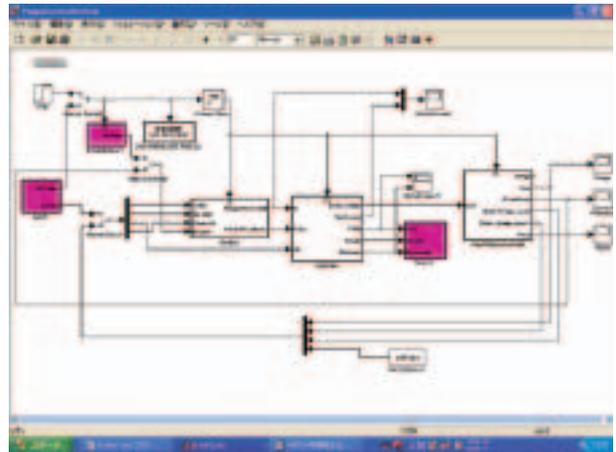


Fig.4 倒立モデル (Puppy) の倒立制御用 simulink モデル

この制御モデルを用いた電気信号を、Puppy の制御用マイコン部分に送るために、dSPACE 製のシミュレーション装置を用いた。

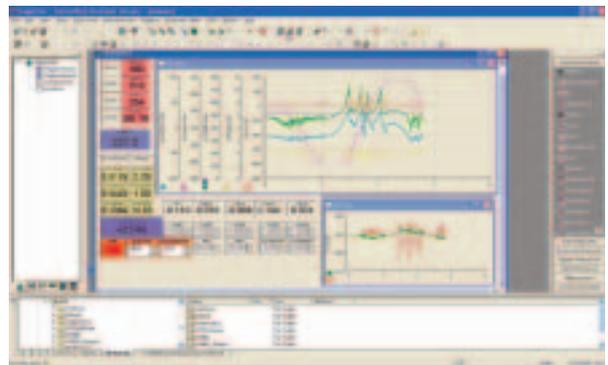


Fig.5 倒立モデル (Puppy) の倒立制御中の Controldesk の画面

この制御モデルで、Puppy を動作させることができた。この制御中の動作を調べるために、dSPACE 社製 Controldesk を用いた。この Controldesk は、Puppy を制御している時コントローラーと Puppy が通信を行い、リアルタイムに変数値を取得し、グラフ表示等を行う。



Fig.6 dspace 製制御ユニットを用いて制御中の Puppy

さらに、実際の Pupy 制御中の制御パラメータを変更でき、制御性をリアルタイムに観察することができる (Fig.5 参照)。パラメータの変更は、パソコン画面上でクリックするだけで可能なため、修正は 1 秒以下で行うことができる。マイコンのプログラム変更が 1 分程度かかることを考慮すると、ラピッドコントロールプロトタイピングを用いることにより、プログラムの修正時間が 60 分の 1 に改善されることがわかった。実際に、リアルタイム制御している Puppy の写真を Fig. 6 に示す。Puppy が、カーエレクトロニクスで用いられている dspace 製のラピッドコントロールプロトタイピングを用いて倒立制御されたことを示した。

### 3 本学の教育への応用

倒立 2 輪倒立モデル (ここでは、(株)北斗電子製 Puppy) の物理モデルから制御モデルである MATLAB/simulink モデルの理解を、電子システム実習の授業に応用した。

その内容は、今回のこの一連の倒立モデルの制御モデルの収集、制御モデルの図面化、説明の付加であり、受講生 3 名は、ほぼ実施できたと考えられるが、その内容の理解は、難しいと感じたようであった。

### ま と め

- 1) 2 輪倒立モデル (ここでは、(株)北斗電子製 Puppy) の動作原理を、運動方程式から制御設計の基礎となる状態方程式まで説明した。
- 2) ルネサス製 SH マイコンを用いた倒立制御学習キットの動作を演示し、マイコンプログラムの変更も行った。

- 3) 状態方程式から、MATLAB/simulink モデルを作成した。その MATLAB/simulink モデルを自動車用電子制御ユニット開発用の dspace 製の制御ユニットを用いて、Puppy の制御を行った。パラメータの変更は、マイコンプログラムの変更に比べ 60 倍程度高性能であることがわかった。
- 4) 以上一連の内容を、本学の教育に導入し、受講生が理解した内容を、パワーポイントにまとめてもらった。

今後は、本教育システムを来年度から授業に導入し、デジタル集積回路、電子制御技術、カーエレクトロニクスへの応用の間をスムーズにつないでいきたい。また、本電子制御技術を、実際の自動車に用いられている装置の制御に応用していきたい。

### 謝 辞

本研究は、「カーエレクトロニクスを題材とした電子情報技術の体験教育支援」の支援を頂いております。また、dSPACE 製制御ユニットに移植の協力をいただいた城所仁さんに謝意を表します。

### 文 献

- [1] 川畑 敬志, 田中 武, “学部課程におけるマイクロエレクトロニクス実験”, 平成 3 年度電気・情報関連学会中国支部第 42 回連合大会講演予稿集, p.342.
- [2] 田中 武, 水野 議一郎, 大村 道郎, “基本的な集積回路設計および半導体プロセス工学教育システムの構築”, 応用物理教育 26 (2002) 7.
- [3] [http://www.ksrp.or.jp/shisetsu/02\\_center.html](http://www.ksrp.or.jp/shisetsu/02_center.html).
- [4] 田中 武, 安藤秀幸, 山田明宏, “システム LSI 関連ものづくり教育における IC チップ作成”, 広島工業大学紀要, 2005, pp.7-12.
- [5] (株)北斗電子, 倒立制御学習キット PUPPY (パピー) 取扱説明書。