広島工業大学紀要教育編
第24巻（2025）51-56
論　　　　文

ひずみゲージ計測を利用した構造力学の実践的な学び

山西　央朗*

（令和６年11月７日受付）

LEARNING OF STRUCTURAL MECHANICS BY MEANS OF STRAIN GAUGE MEASUREMENT

Teruaki YAMANISHI

（Received November 7, 2024）

Abstract

Structural mechanics is a field very closely related to everyday life, and with ‘physical intuition,’ one should be able to progress independently in learning it. However, in order to address engineering applications, mathematical treatment is also essential, and thus, education in this field places emphasis on learning solution methods for structural models. Consequently, many beginners advance in their studies without cultivating the ‘physical intuition’ that is crucial when learning structural mechanics.

This paper aims to present specific approaches that connect ‘physical intuition’ with structural mechanics, hoping to provide information that will assist beginners in their learning process.

Key Words: mechanics, building engineering of architecture, strain gauge, Constitutive law, deformation

1　序論

構造力学は，目に見えない応力を扱う学問であるため，その感覚的な理解を身に付ける敷居が高い学問であると言える．このため，初学者の多くが数学的手続きにのみ注力し，物理現象として理解する手綱を手放す傾向を良く目にする．こうすることで，効率よく演習問題等を解くことができる様になるためである．

しかしながら，構造力学・材料力学をより深く学ぼうとする，または変形計算以降（不静定，振動，極限解析等）の問題に着手するという領域に入ると，突如として理解が及ばなくなる．これは，数学的な技術の一部である“式の扱い方”，“演算能力”だけでは十分ではなく，数か数式の中に内在する物理量か仮定を読み込まなければならないからである．具体的には，物理現象としての理解を要する“実構造物のモデル化”，“力の流れの想像”，“変形状態の想像”という能力が求められるためである．

このような能力は，理想的には構造力学，材料力学の学びの中で徐々に身に付けていくことを期待したい所ではある．但し実際には，構造力学，材料力学における試験対策としては効率が悪い側面が強く，放置される領域とならざるを得ない．

初学者の多くは，構造力学の与えられた問題は解けるものの，「身近な構造物をモデル化する」または「力の流れや変形を曖昧でも良いので推定する」という，本来は数学の高等教育よりも簡単な手続きを困難に捉えてしまう．これは，構造力学領域の学びを完全に物理現象から切り離して理解することの弊害である．

* 広島工業大学建築工学科

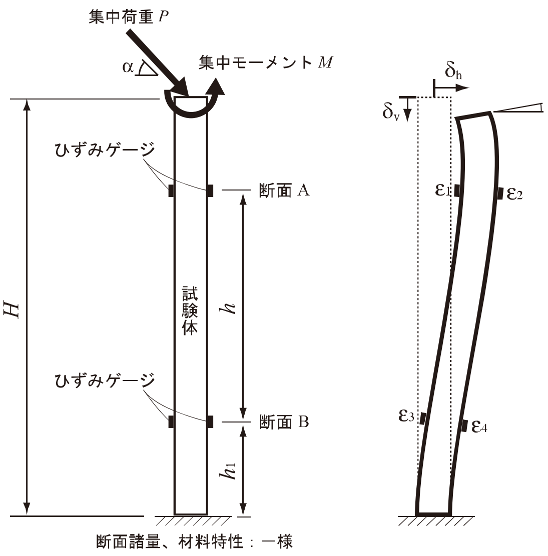


図1　変形と表面ひずみ

以上より，構造力学領域の学びとして改めて重要視すべきは，実際の物理現象と結びつけて学ぶこと，そして，それを実体験として経験することにあると考えている．ところが，前述の通り力は目に見えないものであるため，これを実体験することは非常に難しく，何より，数理的な結果を伴うべき大学での教育に直結させることは簡単ではない．

そこで，本論文では，一部専門の機器を必要とするものの，非常に単純な構造物を介して物理現象を意識しながら学ぶための基本的な取組を提示する．目的は，変形計算等の領域に入る段階で本論での取り組みを導入し，先ずは，物理的な現象の理解が重要であることを再認識する機会を設けることである．

2　学びの目的と範囲

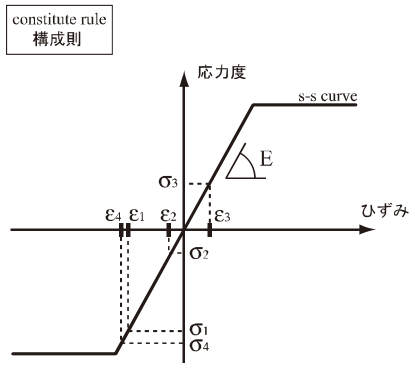
構造力学で重視される応力は目で見えず，実体験として理解するには敷居が高い．そこで，実体験としての質を高めるための一つの工夫として，変形を意識させることを考える．

変形であれば，視覚的な情報として体験できる上，力と違って他人と情報を共有できるためである．本来であれば，応力と変形は別の現象と理解するところであるが，弾性範囲の構成則（線形弾性則）に基づけば比例関係として理解することができる．

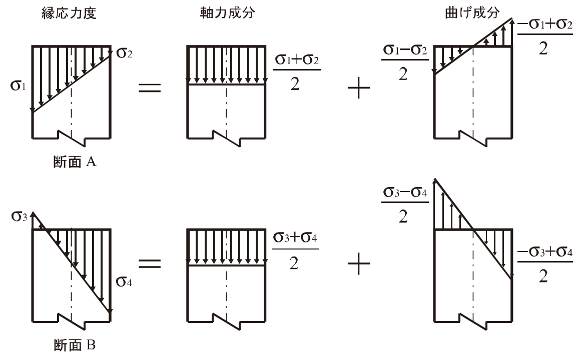
この様に，変形と構成則を介して，構造力学の理解を深めることを目的とする．

2.1　外力作用とひずみ・応力度

検討対象を図1とする．片持ち柱を試験体とし，上端に作用角度 α を有する集中荷重 P，集中モーメント M が作用しているものとする．これら外力により試験体は軸伸縮，たわみ変形するため，試験体左右表面にひずみが生じる．任意断面 A, B の左右にひずみゲージを設置すること



(a) 構成則による応力度の算定



(b) 各断面の垂直応力度分布

図2　構成則と各断面の応力度

を考え，それぞれのひずみを $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ として試験体の変形として計測する．

当該試験体が弾性域に留まり線形弾性則が成立するとすれば，図2 (a) に示すようにひずみゲージ設置位置の垂直応力度 σ は，ひずみ ε と線弾性係数 E を用いて算出できる．

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \tag{1}$$

また，垂直応力度には軸力成分と曲げ成分が併せて作用しているが，これは図2 (b) に示すように，中立軸位置の垂直応力度が軸力成分として，縁応力度の差分の半分が曲げ成分として簡単に抽出できる．

2.2　応力分布

図1の条件に基づいて得られる応力図は，図2の手続きにより図3に示すものとなる．

先ず，N 図は全長に渡って一定であり，その値は以下のように求められる．

$$N = E \cdot \left(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}\right) \cdot A = E \cdot \left(\frac{\varepsilon_3 + \varepsilon_4}{2}\right) \cdot A \tag{2}$$

また，M 図は集中荷重水平成分の影響で勾配を有しており，断面 A, B で以下の値を以下の様に定められる．

$$M_A = E \cdot \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\right) \cdot Z,\ M_B = E \cdot \left(\frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_4}{2}\right) \cdot Z \quad \text{(3.a), (3.b)}$$

ここに，A：断面積，Z：断面係数である．

以上より，中間荷重が無いので M 図は全長に渡って一

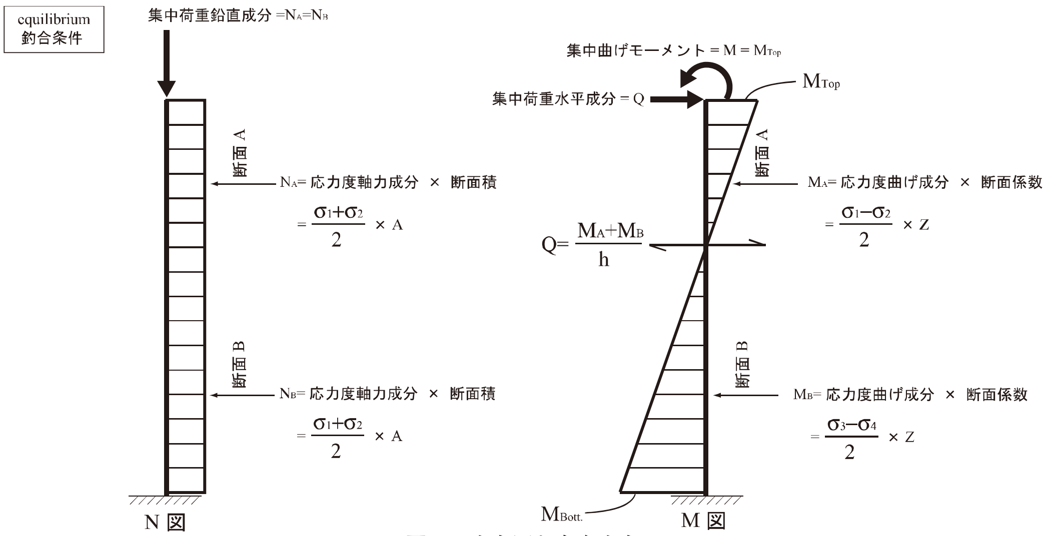


図 3　応力図と存在応力

定の勾配を持つ分布となるため，試験体のせん断力 Q は以下の様に定義できる．

$$Q = \frac{M_A + M_B}{h} \tag{4}$$

ここに，h：断面 A, B 間の距離である．

2.3　外力と変形

外力に関しては，中間荷重が無いため，式 (3), (4) により得られる軸力，せん断力がそのまま外力である集中荷重 P の鉛直成分，水平成分となる．このため，P は以下のように定義できる．

$$P = \sqrt{N^2 + Q^2} \tag{5}$$

次に，外力である集中モーメント M は，試験体上端の曲げ応力 M_{Top} と釣合うので以下のように定義できる．

$$M_{Top} = M = M_A - Q \cdot \left(H - h - h_1\right) \tag{6}$$

ここに，H, h_1：図 1 に示した寸法である．

次いで，図 3 の応力分布より鉛直縮み δ_V，上端節点角 θ，および水平たわみ δ_H は以下のように定義できる．

$$\delta_V = \int_\ell \varepsilon \cdot dx = \varepsilon \cdot H = \frac{\sigma}{E} \cdot H = \frac{N}{A \cdot E} \cdot H \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\theta &= \int_\ell \kappa \cdot dx = \int_\ell \frac{M}{EI} \cdot dx \\ &= \frac{1}{EI} \cdot \int_\ell \left(M_{Bott.} - \frac{M_{Bott.} + M_{Top}}{H} \cdot x \right) \cdot dx \\ &= \frac{M_{Bott.}}{2EI} \cdot H - \frac{M_{Top}}{2EI} \cdot H \end{aligned} \tag{8}$$

$$\delta_H = \int_\ell \int_\ell \kappa \cdot dx \cdot dx = \frac{M_{Bott.}}{3EI} \cdot H^2 - \frac{M_{Top}}{6EI} \cdot H^2 \tag{9}$$

ここに，κ：曲率，$M_{\mathrm{Bott.}}$：試験体下端の曲げ応力（$= M_{\mathrm{Top}} + Q \cdot H$），$I$：断面二次モーメントである．

以上，外力，並びに変形を応力に基づいて定義できる．これは，全ての値を $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ により定義できていることを意味している．

以上，ひずみから構成則を用いて応力度の算定，応力度から応力分布の算定，そして応力分布から変形計算する手続きを利用し，応力と変形を結びつける経験を 3 章に示す．

3　ひずみゲージを用いたアクリル板による荷重，変位計測

アクリル板，計り，ひずみゲージ，およびひずみゲージによるひずみ値計測を実施するためのデータロガーを準備する．

これら準備物を用いて，アクリル板をひずみゲージ式荷重，変位計に見立てた計測を行い，その中で構造力学に繋がるいくつかの学びを実体験する．

3.1　試験体の準備

アクリル板を図 4 に示すように準備する．断面算定などを実施しやすいように長方形形状等にカットし，片端より l_2 の位置に長手方向の直ひずみを計測する配置とし，表裏にひずみゲージを貼付する．また，両端部 l_1 の位置にはフック等を引掛ける貫通孔を加工する．

次に，同一ロッドのアクリル板を図 5 のように切り出す．こちらは，線弾性係数計測のために用いる（図 4 を用いても良いが，ひずみゲージが計測を妨げる可能性があるので，ここでは別としている）．

尚，過去に用いたアクリル板の寸法を表 1 に示す．板厚が余りに薄いと，値が安定しないのである程度の板厚を確保している．但し，板厚が大きくなると断面積も比例するため荷重計（10kg 未満の軸力載荷時）のひずみが小さくなり，ノイズによる誤差が大きくなるため，ある程度の断面積に留まる様に留意しなければならない．また，列方向にグループ A～G のセット内容を示しているが，板幅を変えて，計算の試行回数が多くなる組合せとしている．

表 1　アクリル板寸法

$t_S = t_E$ 3 or 2　　mm

	A	B	C	D	E	F	G
B_S	60	50	30	40	70	75	80
L_S				320			
B_E	30	40	50	60	35	45	55
L_E				320			

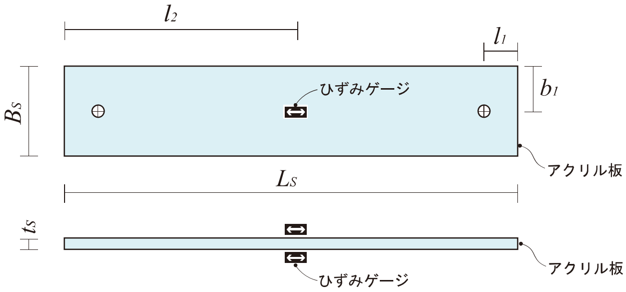


図 4　荷重計，変位計に用いるアクリル板

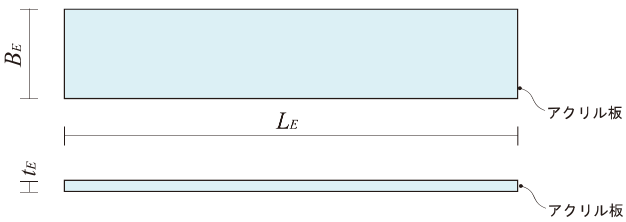


図 5　線弾性係数計測のためのアクリル板

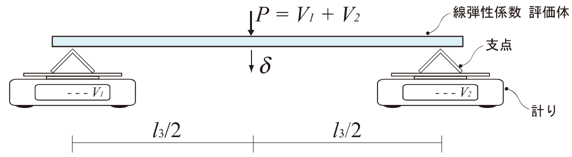
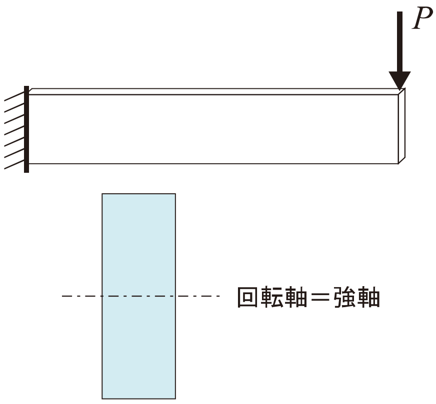
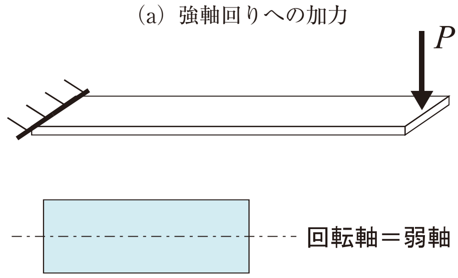


図 6　線弾性係数計測方法



（a）強軸回りへの加力



（b）弱軸回りへの加力

図 7　加力の向きと断面の回転軸

3.2　線弾性係数の計測と学び

図 6 に線弾性係数を計測するためのセットアップを示す．

計りの上に，ピン支持となる（エッジがあり，試験体と線で接触する）支点を設ける．このとき，左右の支点間距離 l_3 を計測し，更に，その中央位置も定めておく．

① この状態で計りを 0 セットし，中央位置にものさしを当てて，鉛直方向の初期位置を記録しておく．

② 鉛直下向きの加力を行う．これは，指等では作用位置を定め難いので，ペン等の棒形状のもので実施すると良い．

③ ものさし等でたわみを計測できる（10mm 以上）状態としたら，鉛直たわみ δ と計りの数値 V_1，V_2 を読み取る．これにより，加力点の変位量と力の大きさ $P = V_1 + V_2$ を得ることができる．

以上で計測は終了であるが，この試験体は単純梁にモデル化できる境界条件を有しており，中央位置のたわみは以下となることが広く知られ，ここからアクリル板の線弾性係数 E を算出できる．

$$\delta = \frac{P \cdot l_3^3}{48EI} \quad \rightarrow \quad E = \frac{P \cdot l_3^3}{\delta \cdot 48I} \tag{9}$$

これまでの実績として，一般的なアクリル板を用いた場合 $E = 2{,}000 \sim 3{,}000$MPa 程度の結果が得られており，精度は高くないが概ねの値を掴むことはできる．

以上，簡単な変形の計測によって，素材の硬さ＝線弾性係数を計測できる．また，断面 2 次モーメントを算出する過程で試験体を観察しながら値を算出するが，多くの初学者は実際の変形に該当する図 7 (b) ではなく，強軸回りとなる図 7 (a) の条件下で計算する．これは，材料力学では強軸回りの定義から入るためである．このような誤りを経験して，実際の変形に着目しながら強軸回りと弱軸回りを理解すると共に，加力と回転軸を強く意識できる様になる．

3.3　荷重計としての計測と学び

図 8 に荷重計として計測する場合のセットアップを示す．

試験体両端部に設けられた貫通孔に S 字フック等を設置して上端のフックを手で支持，下端のフックに錘（初学者へは重量 w は伏せておく）を吊るし，試験体に錘の重量 w に応じた応力が作用する状態を取る．

このひずみをひずみゲージにより検知し，データロガーにて計測する．このため，錘を吊るす前にひずみ計測値の 0 セットを行い，錘を吊るした後のひずみ値（変化値）を計測することで上記存在応力時のひずみ ε_a, ε_b が得られる．

表 2　荷重計のひずみ計算結果（E = 2,000MPa と仮定）

（a）t_s = 2.0mm

P = 86.328 N

	A	B	C	D	E	F	G
ε	360	432	719	540	308	288	270

（b）t_s = 3.0mm

P = 86.328 N

	A	B	C	D	E	F	G
ε	240	288	480	360	206	192	180

表 3　変位計のひずみ計算結果（E = 2,000MPa と仮定）

（a）t_s = 2.0mm

δ = 30 mm

	A	B	C	D	E	F	G
L	260	260	260	260	260	260	260
L_G	110	120	130	140	150	160	170
ε	563	614	666	717	768	819	871

（b）t_s = 3.0mm

δ = 30 mm

	A	B	C	D	E	F	G
L	260	260	260	260	260	260	260
L_G	110	120	130	140	150	160	170
ε	845	922	999	1075	1152	1229	1306

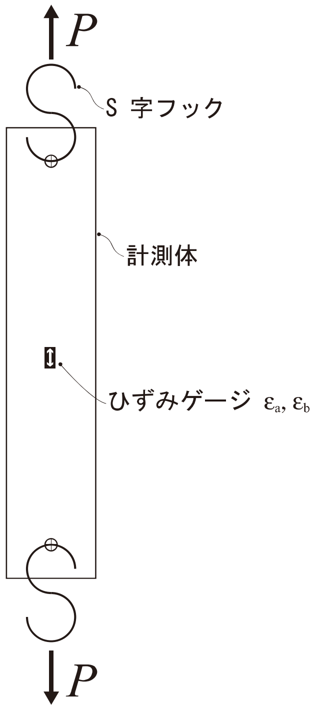


図 8　荷重計

ε_a, ε_b を初学者に伝えれば，２章の手順から以下の式で錘の重量 w を算出できる．

$$w = N = E \cdot \left(\frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b}{2} \right) \tag{10}$$

尚，形状や用いるフックの形状等によるが，大体にして中心引張応力状態を実現するのは難しく，偏心加力状態となる．また，初期たわみがある場合も引張応力状態とすることでたわみが矯正されることによるたわみも発生することになり，意図することは無くても，存在応力は軸成分と曲げ成分を足し合せたものになる．このため，必ず表裏に設置し，式(10) にあるように計測ひずみの平均値（中立軸位置ひずみ）を採用するように実施するのが肝要であろう．

また，過去の実績として，８kgf 程度の錘を吊るして実施しており，その場合のひずみ計算値を表２に示す．

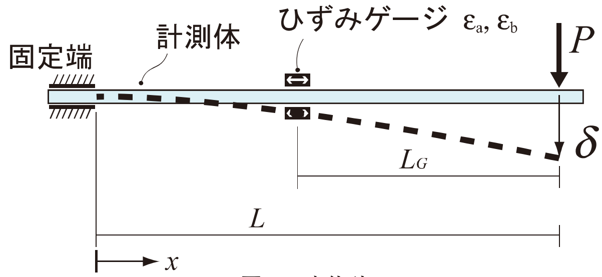


図 9　変位計

以上，目視によっては変形は読み取れない（材長 300mm と設定し，表２のひずみから最も大きい値を採用しても0.2mm 程度しか伸びない）が，物質は変形し，その値を採取することで荷重計として利用することができることを学べる．

3.4　変位計としての計測と学び

図９に変位計として計測する場合のセットアップを示す．

尚，図８の荷重計のセットアップで変位計測を行っても良いが，ⅰ．変形が小さく，より明確な体験（視覚的な変化が理解し易く，かつ周囲のものと情報共有する）ができないこと．ⅱ．たわみ変形（曲げ成分）を取扱いたいこと．この２点に基づき，図９のセットアップを採用している．

試験体の片端を固定端（回転拘束を実現するために，剛性の高い板（鋼板等）で挟み込むことが重要）とし，自由端側の任意位置 L に強制たわみ δ（δ 正確に与えられる様に工夫し，かつその量は初学生には伏せておく）を与える．

このひずみをひずみゲージにより検知し，データロガーにて計測する．このため，強制たわみ δ を与える前にひずみ計測値の０セットを行い，強制たわみ δ を与えた後のひずみ値（変化値）を計測することで上記変形時の局所ひずみ ε_a, ε_b が得られる．

強制たわみ作用位置から固定端，またはひずみゲージまでの距離 L, L_G を計測しておき，ε_a, ε_b を初学者に伝えれば，片持ち梁の応力状況から逆算して以下の様にたわみを

算出できる．

先ず，２章よりひずみゲージ位置の曲げ応力 M_G は，以下となる．

$$M = E \cdot \left(\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_b}{2} \right) \cdot Z \tag{10}$$

次に，釣合い条件から作用する力の大きさを得て，固定端側からの距離 x を用いた曲げ応力の関数は以下の様に求められる．

$$P = \frac{M}{L_G}, \quad M_x = P \cdot (L - x) \qquad \text{(11.a), (11.b)}$$

従って，自由端側の強制たわみ δ は以下の様に得られる．

$$\begin{aligned}\delta &= \iint_{\ell\,\ell} \kappa \cdot dx \cdot dx = \iint_{\ell\,\ell} \frac{P \cdot (L-x)}{EI} \cdot dx \cdot dx \\ &= \frac{P \cdot L^3}{3EI} \\ &= \frac{1}{L_G} \cdot E \cdot \left(\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_b}{2} \right) \cdot Z \cdot \frac{L^3}{3EI} \\ &= \frac{2 \cdot L^3}{3 \cdot t_s \cdot L_G} \cdot \left(\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_b}{2} \right) \end{aligned} \tag{12}$$

尚，自重によるたわみを含んだ自由形状の状態で，既に５～10mm 程度たわんでいることもあるので，実際に与えている強制たわみ δ がどの程度になるかを把握しておくことが肝要であろう．

また，過去に強制たわみ δ = 30mm として実施しており，その場合のひずみ計算値を表３に示す．

以上，式(12) から読み取れるように，線弾性係数を介さずにたわみを表現できることから，本質的には存在応力を媒介することなく変形計算が可能である（但し，線形弾性則を保有している必要がある）が，初学者は，構成側を介して応力計算を行い，そして応力分布を介して変形計算を行うと言う，一連の流れを経験できる．

後者により，変形と応力が直接結びつくものであることを，改めて解説すれば，身近なものを変形させると言う経験で存在応力を推定できる，すなわち変形＝応力という概念を少しでも身に付けることができると期待している．

4　結論

本論では，アクリル板の変形（ひずみ）をひずみゲージにより計測するという手続きを要するが，変形計算に入るにあたって，改めて構造力学領域の学びは物理現象を追跡しているものであると認識してもらうための取組みを提示した．そのような取組で得られる，気づき等を以下にまとめる．

1．3.2節で扱った，線弾性係数導出の過程で断面２次モーメントを用いるが，実際の加力・変形状態を意識しながら断面算定を行える様になる．
2．3.3節の荷重計としての計測を通して，力が作用すれば我々の視認が難しいレベルではあるが確実に変形しており，その変形から応力が算出できることを学べる．
3．3.4節の変位計としての計測を通して，変形と応力が直接結び付くものであること，また，構成則等のより深い理解に繋がる体験ができる．

以上，変形計算の導入の取組を提示したが，変形計算そのものを多分に含んだ内容となっているため，カリキュラムに応じて最適な実施時期について検討を行う必要がある．

また，当該内容は建築系の学びを進める初学者を対象とした内容であるため，せん断形の変形・応力は範囲に含んでいない点については，理解頂きたい．

最後に，本取組は広島工業大学 建築工学科 ２年生の講義内で2021年度より実施している内容をまとめたものである．予てより構造力学の身近さ，重要性を，より敷居を低くして学べないかと模索して構築したものである．実際の取組の中で，本論で述べた学び，気づきを得た者が決して多いわけではなく，今後，より多くの工夫を要する内容であるが，本論内容の一部でも，実践的な学びの一事例として参考にしていただける機会があれば幸いである．