

割合に関する 数学リメディアル教育プログラムの必要性の検証

松岡 雷士*

(令和5年11月24日受付)

Verification of the necessity for a remedial mathematics program on proportions

Leo MATSUOKA

(Received November 24, 2023)

Abstract

数学リメディアル教育における「割合」の単元の必要性について、地方私立大学と日本の教育の現状に基づいて検討する。割合の単元は小学校算数においても教育が困難な単元であることが認識されており、大学の理工系教育にも影響を与えている。割合をリメディアル教育として取り扱うことの是非を検討することそのものも重要であるが、なぜ学生たちが割合を苦手としているのかを検証し、大学生の数学基礎力向上への糸口を探る。本研究では大学において割合をどの程度学び直す必要があるのかをまず明らかにするため、割合に関する理解度の調査と解説授業の作成を行った。調査の結果、大学生の基礎的な割合の問題の正答率が高いものの、読解を必要とする問題や単位変換などの応用問題への対応に課題のある現状が明らかになった。解説授業は公式暗記に基づく知識を図解に基づく理解に切り替えることに重点をおいて実施し、事後の確認テストにおいて割合に対する理解度の向上を暫定的に確認した。

Key Words: High School/University Articulation, Ratio, Rate, Percentage

1. はじめに

入試方法の多様化により、大学、特に地方私立工業大学における数学リメディアル教育の重要性は年々高まりを見せている。リメディアル教育は非常に限られた時間で実施する必要があるため、取り扱う内容の取捨選択が重要となる。また、どのような内容に対しても最低限の公式を覚えれば良いというわけではなく、その背景となる論理的思考・考え方の習得が必要とされる。しかしながら数学リメディアル教育に関して、その必要性は理解されているものの、結局暗記した公式を一時的に思い出させて終わりとする状況をしばしば目にする。学生の目線に立った教育手法の改善が求められている。

昨今、数学教育において、割合の単元への注目が高まっ

ている。小学6年生を対象として文部科学省が実施する全国学力・学習状況調査において、割合に関する問題の正答率は総じて低い。この結果と呼応して、小学校算数教育の課題に関する書籍^[1,2]、大学生の割合の理解不足に関する書籍^[3]が多数出版されている。また、割合教育の困難さに関するセッションが2022年の数学教育学会で開催されている^[4-7]。割合教育の不足は、小中高教育の改善対象としての認識が少しずつ進んでいる。しかし、現在の大学には小中高の教育課程の改善を待つ余裕はなく、リメディアル教育へ即座の反映が必要となっている。

日本人が割合を苦手とすることの一因として、小中高の教育課程における割合の扱い方がしばしば挙げられる。日本において割合を直接扱う単元は小学校のみであり、中学・高校においては割合を直接扱う単元はない^[6]。しかし

* 広島工業大学工学部電気システム工学科

ながら、化学におけるモル計算などでは割合の考え方が当然必要となる。また、時速から秒速など、単純な単位換算につまずく学生が年々増えていることを実感する。単位換算は割合の簡単な応用問題であり、大半の日本の大学生は小学校における割合の概念の消化不良を公式暗記というその場しのぎで何とか乗り切っているように推察する。

筆者は学科における数学リメディアル教育プログラムを検討段階から担当し、地方私立大学における学生の弱点を間近に見てきた。現代の大学生に不足しているのは

- ① 問題を読解して整理する力
- ② 公式ではなく方程式を立てて考える力
- ③ 図にして考える力

などであり、基礎力が不足している状態でベクトルや複素数をリメディアルとして学んでも、大学教育の準備としての効果は小さいことを認識してきた。小学校の割合の問題をこの観点で見ると、割合の問題は大学生に不足している

要素を多く含んでいることに気づく。割合の問題を解くためにはまず文章をよく読む必要がある。また、公式暗記では簡単な応用問題にも対処できない。さらに、図を使うと問題の難易度が劇的に下がることがある。割合の問題の理解にきちんと取り組むことは、日本の大学生の数学力向上のための特効薬となるのではないだろうか。

本研究では地方私立工業大学における学生の割合の理解度を調査し、効率的な数学リメディアル教育プログラムを形成していくための検証を行うことを目的とした。テストによる現状調査のみでは公式暗記などのその場しのぎとの区別が出来ないため、割合について数直線による図解で理解するオンデマンド授業動画を作成し、その反応や感想から理解度確認の精度の向上を試みた。結果を踏まえ、大学、特に地方私立工業大学における割合リメディアル教育のあり方について考察する。

表 1. 実力調査に使用した問題

| 問題番号 | 問題文 | カテゴリー | 参照元 | 全国学力・学習状況調査の出題年度 | 小学生正答率 [%] |
|------|--|--|-----------------|----------------------------|------------|
| 1 | 8人に、4Lのジュースを等しく分けます。1人分は何Lですか。 | 割り算・読解 | [1] pp. 24-25 | R3年度 算数4(2) | 55.7 |
| 2 | 青色のテープの長さは6 m、黄色のテープの長さは12 mである。青色のテープの長さは、黄色のテープの長さの何倍ですか。 | 割合 = 比較量 / 基準量 (第一用法) | [2] pp. 29-30 | H20年度 算数A4(2) | 55.7 |
| 3 | リボンを0.6 m 買ったときの代金が180円でした。このリボン1 m 分の代金は、いくらですか。 | 基準量 = 比較量 / 割合 (第三用法) | [1] pp. 28-29 | R1年度 算数3(4) | 47.1 |
| 4 | 1 m の長さが12 kg の鉄の棒があります。この鉄の棒の0.8 m の重さは何 kg ですか。 | 比較量 = 基準量 × 割合 (第二用法) | [1] pp. 36-37 | H30年度 算数A2 選択肢として | 40.1 |
| 5 | 0.8 L で板を12 m ² ぬることができるペンキがあります。このペンキ1 L では、板を何 m ² ぬることができますか。 | 基準量 = 比較量 / 割合 (第三用法) | [1] pp. 36-38 | H30年度 算数A2 選択肢として | 40.1 |
| 6 | ある洗剤が20%増量して売られていた。増量前の洗剤の量は250 mLである。増量後の洗剤の量は何 mL か。 | 比較量 = 基準量 × 割合 (第二用法) | | | |
| 7 | あるお菓子が20%増量して売られていた。増量後のお菓子の量は480 gであった。増量前のお菓子の量は何 g か | 基準量 = 比較量 / 割合 (第三用法) | [2] pp. 10-11 | H27年度算数B2(2) 改 (洗剤→お菓子) | 13.4 |
| 8 | 25% プレミアム付きの5000円分の商品券を4000円支払って購入した。この食事券で5000円のコース料理を食べた場合、プレミアムが無かった場合の何 % 引きで食事ができたことになるか。 | 割合 = 比較量 / 基準量 (第一用法) 基準量の変化 | [2] pp. 9-10 | | |
| 9 | 通常200 g 入りの歯磨き粉がある。キャンペーンで25%増量した。キャンペーンが終わり、通常の内容量に戻すためには何 % 量を削減すれば良いか。 | 比較量 = 基準量 × 割合 割合 = 比較量 / 基準量 (第二用法→第一用法) 基準量の変化 | [2] pp. 138-141 | | |
| 10 | 以下の二つの部屋のどちらが混んでいるか A 「広さが6畳、うさぎが9匹いる部屋」 B 「広さが5畳、うさぎが8匹いる部屋」 | 割合 = 比較量 / 基準量 (第一用法) 異種の二量の割合の理解 | [2] pp. 118-121 | | |
| 11 | 時速90 km で走る自動車がある。この自動車が40分間 走った。出発してから何 km 走ったか。 | 比較量 = 基準量 × 割合 (第二用法) 時速の理解 | | | |
| 12 | 以下の二人のどちらが走るのが速いか A さん「8秒で45mを走った」 B さん「10秒で50mを走った」 | 割合 = 比較量 / 基準量 (第一用法) 異種の二量の割合の理解 | [2] pp. 142-145 | | |
| 13 | 時速18 km は秒速何 m か。 | 速さの単位変換 | | | |
| 14 | 直径2 cm、高さ5cm、質量150 g の円柱の密度は何 g/cm ³ か。ただし、この問題に限って円周率を3とする。 | 密度の理解 | | | |
| 15 | 密度8 g/cm ³ は何 kg/m ³ か。 | 密度の単位変換 | | | |

2. 実力調査

割合に関する実力の調査を①A学科1年生、②B学科1年生、③B学科2年生の三つの集団を対象に行った。調査は実験系授業のデータ解析の単元の実力チェックテストとして実施した。試験問題はコース管理システム(Moodle)上に作成し、A学科は教室で各自のパソコンを用いて、B学科はオンライン授業の一部として実施した。学生には、「これから誰もが間違いなく習ったことのある内容で実力を確認する。よく問題を読んでケアレスミスをしないう気をつけること」と伝えた上でテストに取り組ませた。

使用した問題について表1にまとめる。問題番号は出題順に並んでおり、番号の下に下線のある問題は解説授業後の再テストに使用した問題を示している。問題文のカテゴリは筆者が付したものである。それぞれ、割合の三用法を基準としてカテゴリをつけている。参照元は筆者が直接参照した文献を示している。参照元が無い問題は独自に作成した問題である。また、全国学力・学習状況調査に出題された問題については出題年度と正答率を付記する^[8]。

問題は

- ① 小学生の結果と比較可能なこと
- ② 小学校で学ぶ割合の本質的な事項を網羅すること
- ③ 単位換算の能力を確認すること

などを基準として選択・作成した。

小学生の正答率は簡単な確認問題程度でも40-50%程度となっており、問題7に関してはわずか13.4%となっている。この問題7は基準量を求めるために $480/1.2$ を計算する問題であるが、20%増量という問題文から 480×0.8 を計算してしまうことが主な誤答となる。割合に関して正しい理解をしていないことももちろん一因であるが、問題文を正しく読解できていないことも要因の一つである。これは問題1の誤答率にも表れている。日本人全体の割合の問題への対処力が低いということは事実だが、そこには問題文の読解力不足と割合の理解不足の両方の要因が絡み合っているものと考えられる。

3. 調査の結果

図1に各集団の総点の分布を、図2に各問題の正答率を示す。いずれにおいても集団間での差異は少なく、同傾向の結果が得られている。総点の中央値はいずれの集団も11点となっており、決して割合について全く理解が及んでいない状況ではない。しかしながら満点付近の学生は少なく、低得点に長いテールがある。割合に関するリメディアル教育が必要であり、また、教育がある程度の効果をなす状況であろうことが推察される。

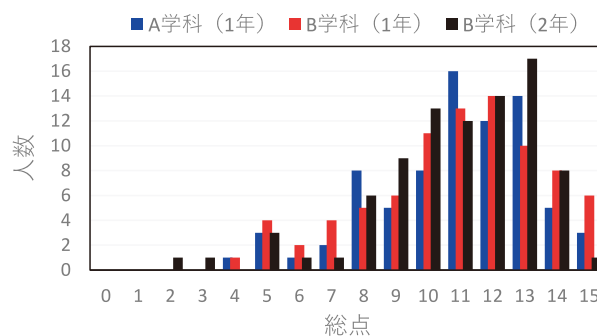


図1. 実力調査における総点の分布

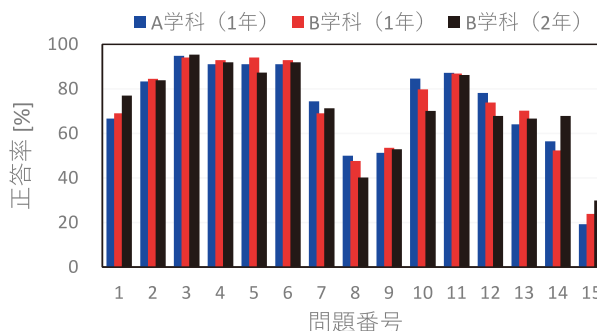


図2. 実力調査における各問題の正答率

各問の正答率を分析していく。まず問1は単純な割り算であるが、30%程度の学生が誤答している。問題文を読んで正しく状況を理解する癖が身につけていない証拠である。「ケアレスミスだから気にしなくてよい」と振り返る学生が多いが、ケアレスミスは問題読解力の不足であることを常に呼びかけていく必要がある。

問題2から問題6に関しては、小学生の正答率よりもかなり高い正答率が得られている。また、文献^[6]で指摘されている「第三用法の弱さ」も見られない。大学生は単純な割合の問題であれば正答できる学生が多いことが明らかになった。小学生の正答率がわずか13.7%の問題7についても、今回の調査では70%の正答率が得られた。これまでの結果を見る限り、小学生の割合の理解不足の影響は明示的には観測できない。

問題8と問題9は正答率が一段下がっている。これら二つの問題は基準量が途中で切り替わる問題であり、問題の途中で一度視点を切り替えた計算を行わなくてはならない。筆者は「一問題一公式」の思い込みが誤答につながっていることを予想する。基本問題は一問題一公式で解けてしまうことも多いが、このように単純に計算の連結が必要となっただけでも正答率の低下が顕在化する。

問題10は異種の二量の割合に関する理解を問う問題である。これはすなわち、組立単位を自分で作ることが出来るかを問う問題である。二択問題であるため正答率は高めに出ているが、組立単位を理解しきれていない学生の存在がうかがわれる。

問題11から問題13は速さに関する問題である。ここの正答率は思いの外低い。問題12は問題10と同じく組立単位の理解に関する問題であり、正答率も同程度である。問題13は単位変換の問題であるが、正答率は低い。この時速から秒速への単位変換は力学の授業の中でも当然扱うものであるが、何度説明しても身につかない学生が多いことが事実である。この単位変換については「やり方を忘れた」と話す学生が多いことも特徴的である。本来、単位変換は割合の問題であり、公式を覚える必要はない。しかしながら日本の「みはじ」「きはじ」教育があまりに浸透してしまったため、単純な単位変換にも公式の存在を求めてしまう学生の存在が浮き彫りになっている。

問題14は密度の問題である。中には直径と半径を間違えて使ってしまった学生なども多いと思われるが、密度についても「求め方を忘れた」と口にする学生が多い。単位を見れば求め方が明らかであるのに、そこに考えが及ばないのが学生の現状である。

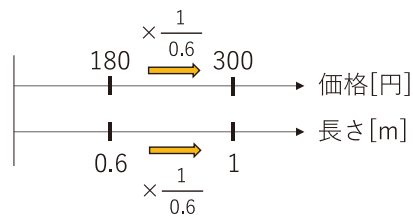
問題15は正答率が極めて低い。これも単位変換の問題であるが、問題13の速度の変換よりも一般的ではないため、「変換公式を知らない」と考えた学生が多いのではないだろうか。大学生の単位変換の能力不足は、社会的にも深刻な問題であると言わざるを得ない。

4. 解説授業

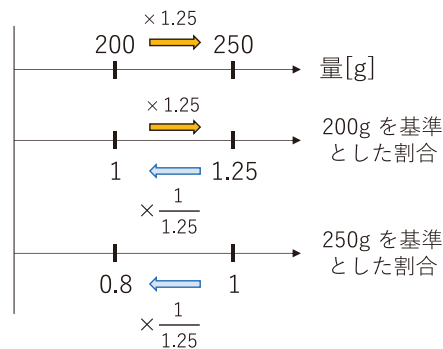
割合に関する理解不足を克服するため、B学科において解説授業と事後の理解度確認テストを行った。本授業は直接的には割合の理解度を向上させるためのものであるが、間接的には問題の読解と状況の図解の大切さを理解してもらうための授業でもある。また、割合の考え方を身につけ、公式暗記主義からの脱却を目指すための第一歩としての意味合いも込めている。少々刺激的ではあるが、割合の考え方を常識として頭に置いてもらい、『公式』ではなく『常識』で考える』ようになることを何度も授業中に呼びかけた。

授業においては文献^[2]で推奨されている数直線を用いた考え方を利用した。図3に問題3、問題9、問題13を解くために用いた数直線を例として示す。この数直線は量、もしくは、割合を横軸として表現しており、異なる数直線上の数値同士は、数直線間の（暗黙の）比例係数によって対応している。数直線上で左右に移動する際には、全ての数直線上の対応する量や割合に同じ数をかける必要があることのみを教える。

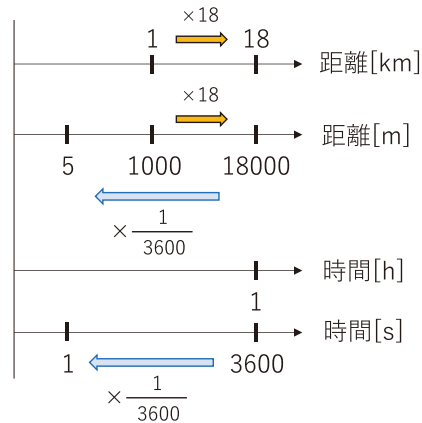
問題3においては0.6mと180円が対応していることをまず示し、0.6mから1mに移動するためには、0.6mと180円の双方に1/0.6をかけなくてはならないことを示す。この手順で1mあたりの価格が300円であることが示され



(a) 問題 3



(b) 問題 9



(c) 問題 13

図3. 割合を表現する数直線図

る。ここの移動では「÷」記号を使わずに分数のかけ算で示すこともポイントである。「÷」記号は高校数学でも一切使用されないにも関わらず、大学でも使用する学生が散見される。小学校算数における癖を取り除き、早めに分数による表現に慣れさせなくてはならない。

問題9においては、200gを基準とした割合と250gを基準とした割合の数直線をそれぞれ用意することがポイントとなる。増量する際には1.25をかけることとなるため、数直線で考えると、元に戻すためには1/1.25をかけなくてはならない。250gを基準とすると、1/1.25をかけることは0.8をかけることに相当することが理解できる。数直線で図解することにより、思い込みによるミスを減らすことにもつながる。

問題13においては、まず距離をmに換算する。1kmは1000mであるから、18kmがその18倍になっていること

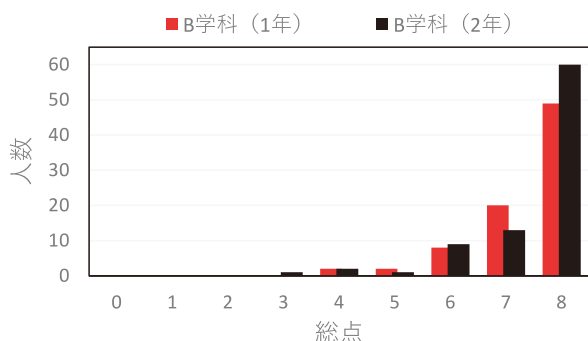


図4. 解説授業後の総点分布

を図解として示している。数直線を用いなくても、ここの距離の変換を間違える学生は少なく、問題は次の時間の変換である。1時間は3600秒であるため、秒速を得るためには $1/3600$ をかけなくてはならない。逆に3600をかけてしまう解答が典型的な誤答となる。数直線に表すことで、時速と秒速の大小関係がはつきりする。本来であれば時速と秒速の単位時間あたりに進む距離という概念に基づけば、時速の方が大きくなるということは明らかである。しかしながら、あまりに浸透する公式暗記主義が常識的な判断を鈍らせる。数直線を使わせることで、大小関係の常識的感覚を身につけさせることも重要となる。

数直線による解法は数多くの割合に関する問題を統一的に扱える点でメリットが大きい。また、二量の対応という観点で関数の本質的な理解の入口になっているともいえる。割合を関数の入口と考えると、リメディアルの入口として割合の単元に着目することには一定の意義がある。

解説授業の後、表1の下線の問題をランダムに並び替えた問題を確認テストとして実施した。結果を図4に示す。同じ問題を使用したテストではあるが、授業によって学生の理解度が向上していることが示唆される。

解説授業後の感想においては、公式にとらわれ過ぎていたこと、図示しなかったためにミスをしたことを認める感想が挙げられた。問題を見たとき、即座に解答にいたる一つの直接的な公式を思い出そうとすることは日本人の癖となっているようで、そのことを自戒するコメントが多かった。このような感想が得られたことはこちらの狙い通りであったといえる。一方で、問題が解けなかったことを単なるケアレスミスですませている感想、「昔習ったことなので忘れていた」という言葉ですませている感想なども少なくない。割合を学ぶことの趣旨や意義の伝え方に課題があるということも確かであるが、一方で、ケアレスミスは読解力不足であること、割合は理工系では日常的に用いる概念であり、忘れることがそもそもあり得ないことなどを伝えていく必要性も感じられた。

5. 考察

調査により、地方私立工業大学の学生が、割合に関する簡単な問題に十分に対処出来ることを確認した。しかしながら単位換算などへの応用力の不足は顕著である。この事実は学生の公式暗記への依存を示唆する。割合は小学校で学んだ後の中高では独立した単元がなく、その理解は数学・物理・化学などのそれぞれの科目内でおのおのの生徒が深めていくことになっているのが日本の現状である。公式暗記で乗り切ることのみを重視してきた学生にとっては、ちょっとした割合のセンスで解ける問題について「習っていない公式を用いる問題が試験に出された」という気持ちになることも少なくないものと推察される。

既存の公式知識の確認という立場に立てば、小学校の単元である割合にそれほど重要視してリメディアルで扱う必要は無いのかも知れない。しかしながら、割合の単元に対する力不足は、読解力の不足・公式暗記への依存とも密接に対応する。割合の理解不足が、学生の抱える根本的な数学学習への向き合い方の不心得に起因するものであると捉えれば、割合を数学リメディアル教育として扱う意義は大きい。

筆者は、地方私立工業大学においては、割合の単元はリメディアルよりも一歩手前の入学前教育として入学者全員に実施するのが良いと考える。割合の難問を通じて読解力不足と公式暗記主義の危うさをまず実感し、中学校の数学を公式暗記とは異なる気持ちで学び直すことこそが、大学教育に効率的に接続する理想的なりメディアル数学の在り方となるのではないかと考える。

また、我々教育者は日本人全体の公式暗記主義からの脱却を常に意識すべきなのかも知れない。特に、大学教員が「みはじ」などの公式を口に出すシーンは極力少なくし、単なる割合の問題や組立単位の問題を「公式」などとは呼ばないことが、割合の理解を向上させ、そこから展開される様々な数学を理解する上で重要となると考える。

6. まとめ

本研究では地方私立大学における割合の単元の理解度の調査を行い、割合に関するリメディアルプログラムの必要性の検討を行った。実力調査においては、同種の量の割合に関する正答率は比較的高かったものの、基準値の変化、異種の量の割合、単位変換などへの応用については正答率が低かった。数直線を用いた図解による解説授業により、学生の理解度の向上を確認できた。

簡単な割合の問題そのものの正答率は低くはなく、一見すると割合の単元の習得度が他の単元と比較してそれほど低くはないようにも考えられる。しかしながら割合の単元

は読解力と公式暗記がせめぎ合う単元であり、この単元を使って図解の有効性を伝えることにより、数学への向き合い方自体を正しい方向に変化させられる可能性がある。そのような意味で、割合の理解確認を大学での数学リメディアル教育の入口に設定することはリターンが大きい。

本研究では主に地方私立工業大学における割合学習の重要性を示したが、日本の小学生の割合の理解不足の状況を踏まえれば、本研究における検討がより広い範囲に波及し得ることが期待できる。特に、原因となる読解力不足、公式暗記への依存については決して限られた範囲の大学だけの問題ではない。我々大学教員は小中高の教育の改善を待たず、まずは教員間の意識の改革を始めていく必要がある。

謝辞

割合についての着眼の示唆、および、数学教育学会における研究動向の情報を提供していただきました広島工業大学の小山哲也教授に感謝いたします。

参考文献

[1] 玉井満代「玉井式 公式に頼らない「算数的読解

力」が12歳までに身につく本」、株式会社 KADOKAWA (2022年).

- [2] 市川啓、高橋丈夫、加固希支男、小野健太郎、小宮山洋、菊池良幸、青山尚司、成澤結香里、門間祐、小野雄祐「算数教材研究 割合」東洋館出版社 (2022年).
- [3] 芳沢光夫「「%」がわからない大学生」光文社 (2019年).
- [4] 白石和夫「「割合」はなぜ難しいか？」数学教育学会 2022年度秋季例会予稿集, pp.22-24 (2022年).
- [5] 森園子「割合は何故難しいか？—その現状と打開のために—」数学教育学会 2022年度秋季例会予稿集, pp.25-27 (2022年).
- [6] 熊倉啓之「割合の理解の特徴と割合指導の在り方」数学教育学会 2022年度秋季例会予稿集, pp.28-30 (2022年).
- [7] 加藤卓「「割合」はなぜ難しいか？」数学教育学会 2022年度秋季例会予稿集, pp.31-33 (2022年).
- [8] 国立教育政策研究所ホームページ (<https://www.nier.go.jp/kaihatsu/zenkokugakuryoku.html>)