広島工業大学紀要教育編
第19巻（2020）127-136
報　　　告

日本の高等学校理科における誤差等の扱いについて
−フランスの教科「物理・化学」を参考に−

角島　誠*

（令和元年9月9日受付）

On the processing of error and so on in upper secondary school science in Japan
− With the reference of “Physique Chimie” in France

Makoto KADOSHIMA

（Received Sep. 9, 2019）

概要

日本の高等学校理科における学習指導要領ならびに教科書での誤差、測定値、有効数字の扱い方について、フランスの教科「物理・化学」の事例を参考として、現状に対する指摘を行った。日本の場合、学習指導要領では中学校・高等学校共に言及されておらず、教科書では、誤差、有効数字の表し方・計算の処理の仕方にとどまっており、統計的な扱いがないことなどを指摘した。また、科目や教科書選択によっては全く扱わないこともあり得ることを指摘した。フランスでは学習指導要領にて「誤差と不確かさ」の項目が設けられており、教科書では統計的な扱いが必要な不確かさの説明に比重が置かれて説明されている状況を報告し、グラフ関数電卓が常用されている環境要因の大きさを指摘した。

キーワード：高等学校、理科、誤差、有効数字、測定値、教科書、不確かさ、フランス

1．はじめに

1.1　誤差等の扱い

パソコンの低価格化が進みタブレットにおいても統計処理ソフトが使用可能など、ICT 環境の充実が図られている今日にあって、高等学校理科での誤差や有効数字や測定値（以下、誤差等）の扱いはどのようになっているのだろうか。

物理における誤差等の指導について見てみると、龍渓（1991）(1)が当時の物理の4社の教科書における有効数字の計算方法の違いを指して、『物理教育』において「有効数字の指導について－教えてください」と問うたことに、寺島（1992）(2)が「有効数字の決め方とその指導」と題して『物理教育』にて応答している事例があげられる。ここでの主たる関心事は有効数字の計算方法であった。

他には、東京都の高等学校理科教師に対して統計や誤差に関する意識調査を行い、「理科教師が高等学校で行う実験で推測統計や数学を使うことを強く望んでいるわけではないことが伺える。理科で扱うには高度すぎ、理科本来の学習目標より生徒への負荷が高くなるとの懸念によるものと思われる」とした田川・西川（2005）(3)の報告がある。

そして、瀧本（2016）(4)は物理基礎の教科書における有効数字学習についての教科書分析を行い、「教科書によっては測定値の計算結果の処理方法について、その根拠が明確に示されていないものもあり、そのような教科書を用いて指導した場合、教員側のフォローが適切に行われなければ、測定値の計算が生徒にとって単なるテクニックに頼ったものになってしまう恐れがある」と指摘し、更には大多喜・長井（2010）(5)の高専での指導実践で行われた母平均の区間推定方法のような誤差論（標準偏差・誤差伝播）に

* 初等中等教育研究センター、ICT センター、広島工業大学生命学部食品生命科学科

ついてもきちんと触れることが確かな理解につながるとしている。

本報告では、物理基礎のみならず、日本の高等学校理科における誤差等の扱いについて、中学校も対象に現行の学習指導要領での教科書の扱い等をまとめ、中央集権型の教育制度のフランスの教科「物理・化学」の事例を参考に、その実情についての指摘を行う。

1.2　調査の方法

日本の高等学校、中学校の学習指導要領解説理科編における誤差等に関する記述、続いて高等学校の現行の理科4科目の基礎科目、基礎を付さない科目、ならびに科学と人間の教科書、中学校の教科書での誤差等の扱い、龍渓(1991)の指摘観点で高等学校教科書における有効数字の計算に関する扱いについてまとめる。

続いて、フランスの教科「物理・化学」の学習指導要領 programme における誤差等に関する記述、ならびに教科書における誤差等の扱いについてまとめる。

2．日本での扱い

2.1　学習指導要領での扱い

平成21年告示の現行の高等学校学習指導要領解説　理科編[(6)]では、探究的な学びは随所で強調されデータの処理という表現はされるものの、誤差の扱いや有効数字の扱いについては、いずれの理科科目についても、かつ理科全体を通しても具体的に言及されていない。同様に、平成20年告示の中学校学習指導要領解説　理科編[(7)]においても具体的に言及されていない。

2.2　教科書での扱い

高等学校

以下、表1に理科4科目の基礎科目、基礎を付さない科目ならびに科学と人間生活の教科書41冊について、誤差等に関する扱いについてまとめた。

表1　高等学校教科書における誤差等に関する扱い

		真値	誤差	相対	有効	1/10	±0.5	表現	計算	他
東書	物基312	○	○	○	○	○	×	○	○	×
東書	物理308	×	×	×	×	×	×	×	×	×
実教	物基313	×	○	×	○	○	×	○	○	×
実教	物理309	×	×	×	×	×	×	×	×	×
啓林	物基315	○	○	○	○	○	○	○	○	×
啓林	物理310	×	×	×	×	×	×	×	×	×
数研	物基318	○	○	○	○	○	○	○	○	×
数研	物理313	×	×	×	○	×	×	×	×	×
第一	物基321	○	○	○	○	○	×	○	○	×
第一	物理316	×	×	×	×	×	×	×	×	△1
東書	化基314	○	○	×	○	○	×	○	○	×
東書	化学309	化学基礎と同じ内容								×
実教	化基316	○	×	×	○	○	○	○	○	×
実教	化学311	×	×	×	×	×	×	×	×	×
啓林	化基318	○	○	×	○	○	○	○	○	×
啓林	化学305	化学基礎と同じ内容								×
数研	化基320	○	○	×	○	○	○	○	○	×
数研	化学314	化学基礎と同じ内容								×
第一	化基322	×	×	×	×	×	×	×	×	×
第一	化学315	×	×	×	×	×	×	×	×	△1
東書	生基312	×	×	×	×	×	×	×	×	△2
東書	生物307	×	×	×	×	×	×	×	×	×
実教	生基314	×	×	×	×	×	×	×	×	×
実教	生物308	×	×	×	×	×	×	×	×	×
啓林	生基315	×	×	×	×	×	×	×	×	×
啓林	生物302	×	×	×	×	×	×	×	×	×
数研	生基317	×	×	×	×	×	×	×	×	×
数研	生物310	×	×	×	×	×	×	×	×	×
第一	生基319	×	×	×	×	×	×	×	×	△1
第一	生基318	×	×	×	×	×	×	×	×	△1
第一	生物311	×	×	×	×	×	×	×	×	×
啓林	地基308	×	×	×	×	×	×	×	×	×
啓林	地学301	○	○	×	○	○	×	○	○	×
数研	地基309	○	○	×	○	○	○	○	○	×
数研	地学302	×	×	×	×	×	×	×	×	×
第一	地基310	×	×	×	×	×	×	×	×	×
東書	科人305	×	×	×	×	×	×	×	×	×
実教	科人301	×	×	×	×	×	×	×	×	×
啓林	科人302	×	×	×	○	○	×	○	×	×
数研	科人303	○	○	×	○	○	○	○	×	△3
第一	科人304	×	×	×	×	×	×	×	×	×

※表中の表現について

真値：真の値または真値との表現の有無

相対：相対誤差についての扱いの有無

有効：有効数字の定義（説明）の有無

1/10：最小目盛の1/10を読むことへの言及の有無

±0.5：測定値には末位の値 x の0.95 x から1.05 x の間の誤差があることへの言及の有無

表現：有効数字の表現方法の有無

計算：有効数字の計算方法の有無

△1　探究活動の取組において「数量的なデータを得る実験では、誤差が小さくなるように、同じ条件下で測定を繰り返して平均値を求める」との記述

△2　グラフへの測定値の記入について「測定値には誤差があることを考慮したうえで、曲線のような変化なのか、直線のような変化なのか、変化のようすを大まかに判断する」との記述

△3　平均、加重平均、モード、メジアンに言及した代表値の考え方や、データのまとめ方、読み取り方に関する説明がなされている。

補足説明

生物の場合、いずれもグラフの書き方について、「誤差を考慮して、線を引くこと」といった程度の言及で、誤差幅の数値的扱いには触れられていない。

有効数字の計算方法

龍渓（1991）が指摘した計算方法の乗除の計算方法に見られたポイントを以下の①～③として、この度扱った教科書でどのような扱いとなっているかを表2にまとめた。

①有効数字の桁数を四捨五入によってけた数の少ないものにそろえてから計算する。
②有効数字の桁数の少ないものよりも１けた多く計算する。
③計算結果を有効数字の桁数の小さい方に合わせる。

表２　乗除の計算方法

		乗除の計算方法		
		①	②	③
東書	物基312	×	×	○
実教	物基313	×	×	○
啓林	物理312	×	×	○
数研	物基318	×	×	○
第一	物基321	×	○	○
東書	化基314	×	○	○
実教	化基316	×	○	○
啓林	化基318	×	○	○
数研	化基320	×	○	○
啓林	地学301	×	○	○
数研	地基309	×	×	○

中学校

表３　中学校教科書における誤差等に関する扱い

			真値	誤差	相対	有効	1/10	±0.5	表現	計算	他
東書	１年生	理科727	×	○	×	○	○	×	△Ａ	×	×
東書	２年生	理科827	×	○	×	○	○	×	△Ａ	×	×
東書	３年生	理科927	×	○	×	○	○	○	△Ａ	△Ｂ	×
大日本	１年生	理科728	○	×	×	○	○	○	○	×	×
大日本	２年生	理科828	１年生と同じ内容								
大日本	３年生	理科928	１年生と同じ内容								
学図	１年生	理科729	○	○	×	○	×	×	△Ａ	×	×
学図	２年生	理科829	○	○	×	○	×	×	△Ａ	△Ｃ	×
学図	３年生	理科929	２年生と同じ内容								
教出	１年生	理科731	○	○	×	○	○	△	○	△Ｃ	×
教出	２年生	理科831	○	○	×	○	○	×	○	△Ｃ	×
教出	３年生	理科931	２年生と同じ内容								
啓林	１年生	理科732	×	×	×	○	○	×	×	×	×
啓林	２年生	理科832	×	×	×	○	○	×	×	△Ｃ	×
啓林	３年生	理科932	×	×	×	×	×	×	×	×	×

△Ａ　指数での表示は扱っていない
△Ｂ　加の計算結果の表示の仕方のみ
△Ｃ　乗の計算結果の表示の仕方のみ

表３に中学校の教科書15冊について、誤差等に関する扱いについてまとめた。

読み取り

・物理では全ての社が「物理基礎」で扱うものの「物理」では記載していない。
・化学は５社中４社が「化学基礎」で扱い、内３社が同じ内容を「化学」で記載している。
・生物では数値的なことに関してはいずれも扱わず、地学では２社の扱いであった。
・相対誤差を扱っているのは物理のみであった。
・科目に関係なくいずれの教科書での扱いも、測定値に信頼度などの統計的な配慮を扱っていない。
・有効数字の加減法、乗除法について扱っている場合は、誤差を含んだ数字が広がる様を筆算のプロセスで可視化するなどした説明が多々行われている。
・物理基礎を選択しない場合、科目選択と教科書の組み合わせによっては、高等学校でこの分野を全く扱わないこともありうる。
・乗除の計算方法については、「計算結果を有効数字の桁数の小さい方に合わせる」について教科書間のばらつきはないものの、「有効数字の桁数の少ないものよりも１けた多く計算する」の条件は物理は１社のみ、化学は誤差等の扱いのあった全４社で課されており、概して物理と化学で扱いが異なっているといえる。
・中学校では、学年によるばらつきはあるものの全ての社で1/10目盛を読むこと、有効数字が扱われている。
・中学校では、高等学校のような誤差を含んだ数字が広がる様を筆算のプロセスで可視化するなどした説明はいずれにおいても無かった。△Ｃの教科書でも、乗の計算後に結果を有効数字の桁数の小さい方に合わせるといった説明にとどまっている。
・誤差を含んだ数字が広がる様を筆算のプロセスで可視化するなどした説明や相対誤差への言及を除けば、高等学校での扱いは、中学校での扱いとおおよそ重なる。

３．フランスの物理・化学での扱い

3.1　学習指導要領での扱い

高校１年の物理・化学の学習指導要領[8]の序文の一項目として、「誤差と不確かさ errors et incertitude」と題した項目があり、そこでは：

・高校１年の主たる目的は、単純で実証的な事例において、ある物理量の一連の独立した測定値から得られた値のばらつきを生徒に気付かせることである。
・標準不確かさ incertitude-type は、物理量に合理的に起因する可能性のある値の範囲の推定値を提供する。
・提案されている実験活動は、標準不確かさの値について、選択された測定器とプロトコルの影響を生徒に気づかせることも目的としている。
・標準不確かさの値が妥当な場合、測定値と参照値の互換性または非互換性を定性的に結論付けるために、測定値は参照値と比較される。

とされ、概念と内容ならびに求められる能力 capacités exigibles として、以下の表４を示している。

表４　「誤差と不確かさ」に関連する概念と能力

概念と内容	求められる能力
物理量の測定値のばらつき	ヒストグラム、平均値、標準偏差など、ある物理量の一連の独立した測定値を活用する。 測定器とプロトコルの影響について話し合う。 一連の独立した測定値の分散を定性的に評価する。 **デジタルスキル**：スプレッドシートを使用して、一連の測定値に関連付けられたヒストグラムを作成する。

標準不確かさ	標準不確かさを定性的に定義し、統計的アプローチによって評価する。
結果の記述と基準値	単一の測定結果を、適した有効数字の桁数で記述する。

また、高校３年の物理・化学の学習指導要領[9]では、教師向けの内容として、高校１年同様に「誤差と不確かさ」と題した解説項目があり、その中で「高校の教育を終える段階で生徒が習熟しなければならない測定とその不確かさに関連する特有な概念とコンピテンスをまとめたものである」として以下の表５を示している。

そして、これらコンピテンスは、「高校３年の理系の物理・化学の専門の教育の枠の中で深められ得る。高校２年と高校３年の学習指導要領の右側の欄で、斜体で書かれたすべての実験活動が、その実装と取得のための機会を漸次提供しなければならない。」とされている。

表５　「誤差と不確かさ」に関連する概念とコンピテンス

概念と内容	実験で求められるコンピテンス
誤差と関連する概念	測定における（精度の限界の）さまざまな誤差の発生源を特定する：現象ならびに測定行為（操作者や機器に関する要因）の変動性。
不確かさと関連する概念	各誤差の原因に関連する不確かさを評価して比較する。 提供された評価の式を使用して、再現性の不確かさを評価する。 測定機器を使用して得られた単一の測定値の不確かさを評価する。 提供された式を使用して、いくつかの誤差の発生源が内在するプロトコルを実行するときに得られる測定値の不確かさを評価する。
結果の表現と許容範囲	有効数字の使用と科学的記述に習熟する。不確かさをこの記述に関連付ける。 平均の値や信頼度が付された不確かさによる値によって測定操作の結果を示す。 相対精度を評価する。 所定の基準に従って行うべき測定を決定する。 測定操作の結果を基準値と比較してコメントする。 プロセスを改善するための提案をする。

3.2　教科書での扱い

まず、全員必修学年の高校１年とコース選択となる高校３年ＳコースのNathan社の教科書の誤差等に関する扱いの該当箇所について資料１～資料２として、訳出した。（※１）

そして、このNathan社の扱いを基軸に特徴を読み取り、他にHachette社、Bordas社、Belin社の教科書における記述内容で特徴的なもの読み取り、以下に付加記述する。（※２）

読み取り

・誤差や有効数字や測定値といったいわゆる誤差等を扱ってもいるが、記述の殆どが不確かさに関する内容である。

・不確かさの扱い方については、統計的な処理方法の必然が数学的に説明される場は無く、扱いの場合分けと与えられた式に当てはめるという機械的な操作、決め事として説明されている。

・扱いは機械的な決め事のようでも、高校１年で「信頼度95％」といった表現が用いられ、物理・化学で扱う数値に関して「統計的な処理や配慮の必要性」が伝えられている。

※Belin社とBordas社では、高校１年では不確かさの概念は扱われるものの、95％信頼度やそのための公式の扱いは高校２年からとなっている。Hachette社では高校１年では不確かさの概念も扱わず、有効数字の表記と計算のみである。

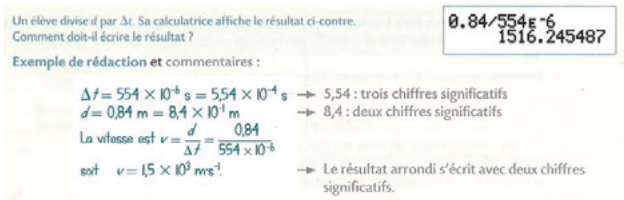
ただし、高校２年以降の不確かさの扱いは、いずれの社も同程度の内容を扱っている。

・日本のような誤差を含んだ数字が広がる過程を説明していることはないが、決め事として有効数字の表現や加減乗除計算での処理の仕方が扱われている。以下、Hachette社の事例を示す[10]。

※有効数字計算の事例

距離 d=0.84m の水中をある超音波が伝播している。

伝播時間が $\Delta t=554\times10^{-6}$s として、波の速さを求めなさい。という事例に対して図１のような説明がされている。


Un élève divise d par Δt. Sa calculatrice affiche le résultat ci-contre.
Comment doit-il écrire le résultat ?

0.84/554E-6
1516.245487

Exemple de rédaction et commentaires :

$\Delta t = 554 \times 10^{-6}$ s $= 5{,}54 \times 10^{-4}$ s → 5,54 : trois chiffres significatifs
$d = 0{,}84$ m $= 8{,}4 \times 10^{-1}$ m → 8,4 : deux chiffres significatifs
La vitesse est $v = \dfrac{d}{\Delta t} = \dfrac{0{,}84}{554 \times 10^{-6}}$
soit $v = 1{,}5 \times 10^{3}$ m·s^{-1}. → Le résultat arrondi s'écrit avec deux chiffres significatifs.

図１　有効数字の計算

関数電卓の使用が前提となっているので、筆算を示して誤差を含んだ数字が広がる過程の説明はそぐわないといえる。そして、図１のように関数電卓での計算結果を示し、計算式の横に有効数字の解説を示し、３桁と２桁の場合、２桁で表記するものとして有効数字２桁で結果を示している。

４．視点

4.1　関数電卓の使用

フランスでは数学においても関数電卓の使用が前提となっており、数学や物理・化学の大学入学資格試験であるバカロレア試験でも使用が前提となっている。機能等が制限された機種が指定されており、生徒は概ねテキサスインストルメンタル社かカシオ社のどちらかを所有している。

表６　ある体積の測定結果

49.12ml	51.02ml	49.89ml	49.32ml	50.12ml
50.42ml	50.28ml	50.04ml	50.64ml	50.71ml

Hachette 社の教科書事例では、表６のようなある体積を10回測定した結果について、図２のように TI-83plus と Casio GRAPH 35+ での２種類の電卓の使用方法を示し、

この一連の測定の平均値　　　　$\bar{x}=50.156\mathrm{ml}$

この一連の測定の実験標準偏差　$\sigma_{n-1}=0.599\mathrm{ml}$

と説明している。

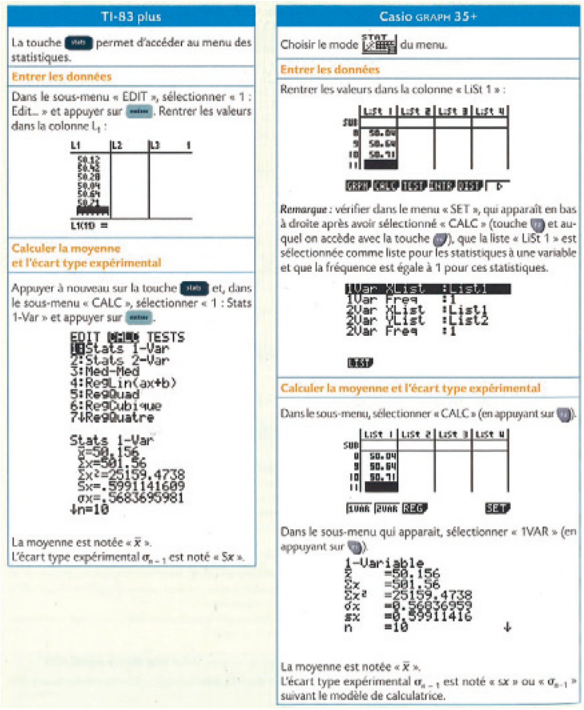


図２　関数電卓を用いた平均と実験標準偏差の計算方法[11]

このように理系の学習では関数電卓の使用が前提となっており、煩雑な数値計算は電卓に行わせるため、計算しやすいような割り切れる数値を扱うこともなく、測定から切り取られる生データをそのまま扱うことが生徒にとって常態である。煩雑な統計計算のみならず、実験結果のデータプロットや関数のフィッティングも関数電卓の使用を前提に行われている。

この関数電卓の使用が前提でなければ、統計的な配慮と処理を可能とした上記に見てきた展開そのものが成り立たず、全生徒の関数電卓使用環境は不可欠な要因といえる。

日本の場合、ICT 活用は叫ばれるものの、ICT 活用という大まかな表現の中で、デバイスの指定や条件指定があるわけでもなく、また学校が貸し出すとも個人が所有するとも、使用環境のありようは漠としている。そもそも学習指導要領での記載も無いので、結果、図２のように教科書レベルに具体的な落とし込みまで行いようも徹底しようも無く、現場任せといった状況といえる。そして、田川・西川（2005）が示したように、扱いきれない負担感と現実的なニーズとの落ち着きどころとしての日本の現状である。

4.2　理科課題研究での扱い

理科課題研究や SSH での研究を進めるときによく参照されるとされる「理科課題研究ガイドブック第３版」[12]での扱いを見てみる。

標本調査における統計の必要性は数学を参考とするようにとの言及はあるものの、測定値に関する誤差の扱いについては、教科書にあるような有効数字の計算方法を超える扱いは特段にされてなく、かつフランスのようなデータの不確かさに関する言及はされていない。

4.3　不確かさ

1980年代より国際度量衡委員会（CIPM）のはたらきかけで計測値の信頼性の表現法や算出法の統一が行われる作業が行われ、その成果として1993年に、ISO など７つの国際機関の共著による「計測における不確かさの表現ガイド」（Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, 以下 GUM）が刊行された[13]。

仏語で incertitude, 英語で uncertainty と表記され、日本語で「不確かさ」と訳されているものは、この書で登場した比較的新しい概念であり用語であり、国際規格として定義された統計指標であり、国際標準としての性格も持つものである。

そして、「従来は測定結果を、誤差論のもとに整理しようとしていたために、実際には得ることが困難な「真の値」を出発点とし、誤差（＝測定値－真の値）の解析を行っていた。これに対して、新しい概念の「不確かさ」は、われわれが実際に得られる測定値を出発点として、この生の測定値の分布からみたばらつきで議論しようとする点が特徴である」[14]というように、いわゆる誤差とは違う概念であり、そもそも日本の中等教育の教科書では一切扱われておらず、国際標準としての不確かさという概念そのもの、そのように数値に配慮しなくてはならないという理解の機会が無い。

また、測定値の不確かさの処理が GUM にて標準化された手続きに則って行われるという意味では、その処理の仕方はある意味機械的であるといえる。とするなら、中等段階での指導も、統計的処理の数学的な根拠の理解というよりかは、測定値はそういう手続きが必要な性格のものであるということの理解や、統計処理ソフトや統計機能を機械的に使いこなせるかというスキルの習得に比重が置かれることも、何を重視するかによっては理のある指導といえる。

4.4　学習指導要領で扱われていないという事実

誤差等の扱いは、そもそも学習指導要領、学習指導要領解説で明記されていないものなのに、表１や表３にみたように科目でのばらつきはあるものの教科書では扱われている。

ここに何某か求められている意図があるとするなら、教

科書検定制度のプロセスを経て世に出ている表１～表３の教科書の実態がそれである。すなわち、現行学習指導要領での教科書の扱いですら、本質的には、測定学習という表現で中学校理科を対象とした1972年当時の『科学の方法を習得させる理科の測定学習』[15]の扱いと変わっていない状況であり、この度の調査では過去比較を行っていないので断定的には言い難いが、教科書での取り上げ方も前回踏襲の繰り返しといった感が拭えない。

4.5　平成30年告示の高等学校学習導要領

誤差等の扱いに関しては、平成30年告示の高等学校学習指導要領[16]においても現行指導要領同様に特段の記述がなされていない。

強調されている探究の過程は図として具体的に示され、かつ「理科の見方・考え方」は「自然の事物・現象を、質的・量的な関係や時間的・空間的な関係などの科学的な視点で捉え、比較したり、関係付けたりするなどの科学的に探究する方法を用いて考えること」と明確に「関係」の強調がなされるなど、学習指導要領が目指す意図が理解しやすいものとはなった。ただ、実験科学としての厳密さや、そのために必要な下処理のような手続きという側面についてはそれが強調して指導されるべきもの、そういう位置にあるものではないことは窺える。

4.6　視点の置き方

日本は目盛の1/10を読むとの指示は共通して行われ、その末尾の値に幅があるとし、その数値を用いて計算を行うと、誤差を含んだ数字がひろがっていくことを、筆算などの計算のプロセスを可視化するなどして説明している。瀧本（2016）によると教科書によって不徹底さやばらつきはあるとの指摘があるものの、フランスと対比してみると、計算方法や有効数字の扱いには配慮が必要との説明をそれなりに経てルールの設定を行っている。

フランスは、有効数字計算のルール説明も機械的であり、かつ不確かさという概念の下、機械的にその手続きを踏んでいくという方法ではあるものの、生データに関する統計的な処理という配慮を行っている。いずれも手続きとして割り切った感があるが、そこにあるのは、実験してデータとしての数値を得ることが前提とされており、得られた生データに対する視点である。

このフランスの状況を踏まえて、日本の理科における数字に対する指導は、田川・西川（2005）が指摘したような実態が永らく継続され続けているという現実にも鑑みるなら、演習問題等で扱う与えられた数値をその後、どう扱っていくかという視点に重きがあるかのようである。（下線は筆者による）

5．まとめ

上記観点も踏まえた視点で日本の状況をまとめると、

- 科目としても、また教科理科としても、誤差等の扱いについて学習指導要領では示されていない。
- 同様に、「不確かさ」の概念そのものが扱われていない。
- 中学校と高等学校の誤差等の扱いは、計算によって誤差が広がるプロセスを可視化していることや相対誤差の扱いの有無以外に大きな違いは無い。
- 物理、化学での教科書の扱いに対し、生物、地学、科学と人間生活の教科書ではばらつきがあり、科目履修と教科書の組み合わせによっては、誤差等の扱いについては中学校での扱い以後、高等学校では扱わないこととなる。
- 教科書レベルを超えて、いわゆる探究、研究的な学びを進めていくレベルにおいても、そこで参照とされるガイドブックですら、不確かさなど生データに対する配慮は特段になされていない。
- 田川・西川（2005）の報告時分以降も、日本の理科における誤差に対する配慮は、測定値の末位の扱いという有効数字の計算で終わっており、かつ落ち着きどころとなっているといえる。
- 学習指導要領ではICTの活用は促されるものの、機種や機能がある程度特定されることもなく漠としており、フランスにみた生徒全員の関数電卓の使用が前提となっている教育環境が持つような指導の徹底さにかけている。

といえる。

6．おわりに

フランスでの学習指導要領と教科書での誤差等の扱いに照らして、日本の状況を捉えてみたが、同じ科学を教育するということにもかかわらず、科学で扱う数値に対する姿勢とでもいうべきものに、歴然とした違いを認めた。

理科の教育内容や概念の理解、探究の過程のプロセスといったことに比べ、誤差や測定値への配慮、その処理にかける労力や手間暇をどう見積るか。そこに、実験科学としての実験を前提とした教科、科目の本質をどのように捉えているのかを垣間見ることができるようにも思える。

高等学校とは違う高専という特殊な環境下であるものの、大多喜・長井（2010）の高専での誤差論の指導実践は、機械的な説明のフランスとも違って統計的背景の説明も踏まえた納得のプロセスを経た実践であり、しかも高校１年を対象としたもので、指導効果が高いものと報告されている。「パソコンの低価格化が進みタブレットにおいても統計処理ソフトが使用可能など、ICT 環境の充実が図られている今日にあって」と冒頭に述べた状況に鑑みたとき、不確かさの概念の扱いも含めて、日本なりの誤差等の扱い

は高等学校の学習指導要領レベルで言及されてもよい時機ではないだろうか。

注　釈

※1　Nathan 社では、高校2年での誤差等の扱いの記述が高校3年の記述とほぼ同じであるため扱わなかった。

・Collection Sirius Édition 2015 1re S Physique Chimie,Nathan, 2017

また、高校3年で選択必修となる物理・化学の特別の教育 Spécialité の教科書では扱いが無かった。

・Collection Sirius programme 2012 Physique Chimie TermS Spécialité, Nathan, 2017

※2　他社の教科書で確認したものは以下の通り：

Hachette 社

・Collection Dulaurans-Calafell-Giacino Physique Chimie Édition 2014 2de, Hachette Éducation, 2017,

・Collection Dulaurans-Calafell-Giacino Physique Chimie Édition 2015 1reS, Hachette Éducation, 2017,

・Collection Dulaurans Durupthy Physique Chimie Ts, Ensegnement spécifique,Hachette Éducation, 2018

・Nouveau programme collection Dulaurans durupthy Ts Physique Chimie Enseignement de spécialité,Hachette Education, 2018

Bordas 社

・Collection ESPACE lycée 2de Physique Chimie Édition 2014, Bordas, 2015

・Collection ESPACE lycée 1reS Physique Chimie programme 2012, Bordas, 2015

・Collection ESPACE lycée Tle S Physique Chimie programme 2012 Enseignement de spécialité, Bordas, 2017

Belin 社

・Physique Chimie 2e nouvelle édition programme 2010, Belin, 2014

・Physique TermS programme 2012, Belin, 2012

文　献

(1)　龍渓信行（1991）「有効数字の指導について－教えてください」『物理教育』39(1)、pp. 928-29

(2)　寺島浩（1992）「有効数字の決め方とその指導」『物理教育』40(4)、pp. 289-292

(3)　田川健太、西川保子（2005）「高等学校理科教師の測定値処理に関する意識調査」『日本科学教育学会研究会研究報告』19(6)、pp. 17-20

(4)　瀧本家康（2016）「高等学校物理基礎における有効数字学習についての教科書分析」『大学の物理教育』第65巻第3号 pp. 13-16

(5)　大多喜重明、長井清香（2017）「高専1年生からの母平均の区間推定」『神戸市立工業高等専門学校研究紀要』第48号 pp. 147-150

(6)　文部科学省『高等学校学習指導要領解説　理科編』平成21年7月

(7)　文部科学省『中学校学習指導要領解説　理科編』平成20年7月

(8)　MEN, Bulletin officiel spécial n° 4 du 29 avril 2010, Enseignement commun Programme d'enseignement de physique-chimie en classe de seconde générale et technologique

(9)　MEN, Bulletin officiel spécial n° 8 du 13 octobre 2011, Enseignement spécifique et de spécialité de physique-chimie de la série scientifique - classe terminale, Annexe Programme de l'enseignement spécifique et de spécialité de physique-chimie Classe terminale de la série scientifique

(10)　Collection Dulaurans-Calafell-Giacino Physique Chimie Édition 2014 2de, Hachette Éducation, 2017, p. 325

(11)　Collection Dulaurans-Calafell-Giacino Physique Chimie Édition 2015 1reS, Hachette Éducation, 2017, p. 354

(12)　泉治彦（2015）『理科課題研究ガイドブック第3版』千葉大学先進科学センター

(13)　今井秀孝（1998）「計測における不確かさ表現の歴史的経緯と展望」『計測と制御』第37巻 第5号 1998年5月号　pp. 300-305

(14)　前掲書(13)、p. 301

(15)　嶋田治ら（1972）『科学の方法を習得させる理科の測定学習』明治図書

(16)　文部科学省『高等学校学習指導要領解説　理科編理数編』平成30年7月

資　料

資料1　Nathan 社　高校1年

Collection Sirius Édition 2017 2de Physique Chimie, Nathan, 2017, p. 333

1．測定の不確かさ incertitude

・測定における不確かさは、用いる対象（正しい使用と精度）の使用説明（書）に従うことで明確になる。

例：このメスフラスコはゲージラインまで満たされている。公差は0.10mL である。

不確かさ $U=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\times 0.10=0.087$mL である。

容積は以下のように記述される：

V=（100.00±0.09）mL（信頼度95％）

・指示が無い場合は、不確かさは

$U=\dfrac{1\text{目盛}}{\sqrt{2}}$ に等しいと見積る。

例：mmのメモリ付きの20cmのものさしで、18.2cmと測定した。

この場合の不確かさは、

$U=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=0.7$mm と記され、結果は $\ell=(18.20\pm0.07)$ cmの形で記述される。

2．1回の測定の精度

・様々な大きさを測定するときに、測定の精度をどのように比較するか。100mの長さを0.5mの不確かさで測定することは、10cmの長さを0.5mmの不確かさで測定することより精度が高いのだろうか。

・この問いに答えるために、**相対不確かさ**の概念を用いる。測定の精度は、結果の想定値による不確かさの商に等しい相対的な不確かさ $\dfrac{U}{X}$ によって特徴づけされる。

・相対的不確かさが小さければ小さいほど、測定の精度はより大きくなる。

この事例で、100mの長さに対して：

$\dfrac{U}{L}=\dfrac{0.5}{100}=5.0\times10^{-3}$　または0.5％；

10cm＝100mmの長さに対して：

$\dfrac{U}{L}=\dfrac{0.5}{100}=5.0\times10^{-3}$　または0.5％；

それゆえ、測定は0.5％の精度で行われている。

3．独立した一連の測定の活用

同じ大きさが、同等機能の異なる測定装置を用いたさまざまな実験者によって測定された場合、測定結果は独立である。

それは、実験実習で測定を行う生徒の班の例の場合である。

・この場合：

①**結果の平均値は測定のもっとも信頼おける推定となる**；

②不確かさは、結果の標準偏差σ（シグマと読む）から計算される。標準偏差が大きければ大きいほど、結果は平均値からよりばらついている。

・標準偏差は関数電卓または表計算ソフトを用いて得られる。不確かさとの関係は、統計数値表によって与えられる。

・**例**：ある実験実習での9つの班が、ある葉がトレースされたものの長さを測定した。mmの目盛がついたそれぞれ異なる定規での測定結果が以下の表である。

班	1	2	3	4	5	6	7	8	9
L（mm）	40	39.5	40	40	39.5	40.5	40	40	40.5

関数電卓は以下の値を与える：

・平均値：L＝40.0mm

・実験標準偏差：σ＝0.35mm

この場合、不確かさUは以下のように計算される：

$U=\dfrac{2.3}{\sqrt{9}}\times\sigma=0.27$mm（9は測定数、2.3は統計数値表から）

この場合、対象の長さを見出す確率は、(40.0±0.3)mmの間において95％である。

それ故、測定精度は：$\dfrac{U}{L}=\dfrac{0.27}{40.0}=7\times10^{-3}$　または0.7％となる。

よって、1回の測定では、0.5mmの推定の不確かさは精度1.3％であり、結果を共有することで精度をかなり上げることができる。

資料2　Nathan社　高校3年

Collection Sirius Édition 2017 Term S Ensegnement spécifique Physique Chimie Nouveau Bac, Nathan, 2017 pp. 572-575

1．用語

・**真の値**と呼ばれ、決して知り得ない。

・ある大きさで知り得る値は、測定装置によるその**測定値**である。

測定の不確かさ（高等教育では不確かさの拡大と呼ばれる）の評価は、与えられた信頼度で、**測定結果**をもたらす。

・もし、xがある大きさの測定値であるなら、測定結果は、$U(X)$ を測定の不確かさとして、$X=x\pm U(X)$ と示される。この大きさの真の値は、しばしば95％のオーダーの信頼度で［$x-U(X)$：$x+U(X)$］の間に含まれている。これは、その大きさの真の値が［$x-U(X)$：$x+U(X)$］の間に95％の確率であることを意味している。

結果の提示

測定結果は以下のものを含まなければならない：

－測定値；

－測定の不確かさ；

－単位の記号；

－信頼度

例

ミリメートルの定規によるペンの長さの測定結果は：

95％の信頼度でL＝(14.60±0.08) cm　と表す。

ボールペンの長さの真の値は95％の確率で［14.52cm：14.68cm］の間に含まれている。

・**相対不確かさは測定の精度**を与え、パーセンテージで説明される。それは、xを測定値、$U(X)$ を測定の不確

かさとしたときに、$\dfrac{U(X)}{x}$ と表記される。そして、得られた結果に100を乗じたパーセントで表示される。さらに、相対不確かさが小さければ小さいほど、測定の精度は高くなる。

例

さきほどのミリメートルの定規によるペンの長さの測定の相対不確かさ P_L は：

$$P_L = \frac{0.08}{14.60} \times 100 = 0.5\%$$ となる。

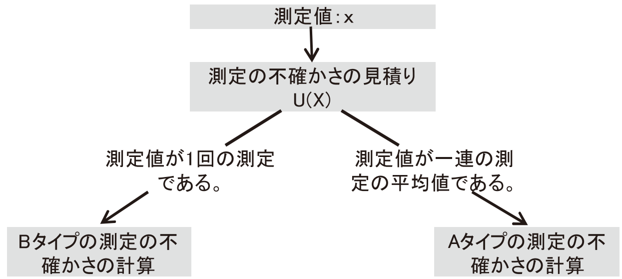
同じミリメートルの定規による消しゴムの厚みの測定結果が95％の信頼度で E=（1.10±0.08）cm　である。

この測定の相対不確かさは：

$$P_E = \frac{0.08}{1.10} \times 100 = 7\ \%$$ となる。

それゆえ、同じ定規を用いた測定でもペンの長さの測定が、消しゴムの厚みの測定よりも精度が高いということになる。

2．測定の不確かさを見積もる２つの方法



3．１回の測定の不確かさ

・１回の測定の不確かさは測定器具の質、あるいは測定のプロトコル、測定を行う実験者、その他に負う。

例

測定器具の公差 δ と呼ばれる精度から、測定の不確かさを

$$U(X) = 2 \times \frac{\delta}{\sqrt{3}}$$

と見積ることができ、測定結果を95％の信頼度で

$X = \bar{x} \pm U(X)$

と見出すことができる。

応用

分光光度計で着色した溶液の吸光度を測定する。分光光度計で読まれた値は0.115である。この装置の公差と呼ばれる精度は：$\delta = 0.001$である。

$\delta = 0.001$なので、測定の不確かさは：

$$U(A) = 2 \times \frac{0.001}{\sqrt{3}} = 0.001$$ と推定される。

高校では、測定の不確かさはよく**有効数字１ケタ**で与えられる。

それゆえ、測定結果は信頼度95％で A＝0.115±0.001となる。

4．一連の測定の不確かさ

・同じ大きさ x についての n 個の測定標本に対して、以下の方法で測定結果の不確かさを見積る：

－平均値の計算：$\bar{x}$；

－実験標準偏差の計算：σ_{n-1}；

－測定の不確かさの見積り：

$U(X) = k \times \dfrac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$　ただし高校で学習する殆どの場合、95％の信頼度に対して $k = 2$；

－測定結果の表現：95％の信頼度で $X = \bar{x} \pm U(X)$

注意

平均値と実験標準偏差の計算は、関数電卓で直接計算される。

注意

高校では、様々な生徒からなる複数のグループによる同じ大きさの一連の測定の不確かさをこの方法で計算する。

例

ある生徒が、同じ装置である光学像の大きさを20回測定した：以下のような結果を得た。

回	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ℓ (cm)	8.7	8.8	8.1	8.8	8.7	8.2	8.6	8.5	8.2	8.2

回	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ℓ (cm)	8.2	8.2	8.3	8.6	8.2	8.5	8.5	8.6	8.7	8.6

・関数電卓または表計算ソフトは光学像の平均値 $\bar{\ell}$ = 8.46cm

実験標準偏差　$\sigma_{n-1} = 0.23$cm　を与える。

・測定の不確かさは；

$$U(L) = 2 \times \frac{0.23}{\sqrt{20}} = 0.10\text{cm}$$ のように推定される。

高校では、測定の不確かさに対して一般に以下のように有効数字１けたしか見ない：

$U(L) = 0.1$cm

・それゆえ、測定結果は信頼度95％で L＝（8.5±0.1）cm となる。

5．多重誤差の発生源

・様々な誤差の発生源がある場合、誤差の不確かさの見積りはより複雑になる。

・計算を単純にするために、以前のような単一の不確実さを計算する前に、特定の測定の不確かさを無視できるかどうかを見極める。

もし、誤差の発生源が様々あるのなら、効果的な計算公式は、大きさの間に存在する関係に因る。

・もし、$y = \dfrac{x_1}{x_2}$ または $y = x_1 \times x_2$ ならば、測定の不確かさ（高等教育では拡張不確かさと呼ばれる）$U(Y)$は、以下の関係で計算される：

$$\frac{U(Y)}{y}=\sqrt{\left(\frac{U(X_1)}{x_1}\right)^2+\left(\frac{U(X_2)}{x_2}\right)^2}$$

例

ある酸・塩基の秤量の結果は以下の関係で与えられる：

$$C_A=\frac{C_B\times V_{B.E}}{V_A}$$

濃度における測定の不確かさは、以下の関係で計算される：

$$\frac{U(C_A)}{C_A}=\sqrt{\left(\frac{U(C_B)}{C_B}\right)^2+\left(\frac{U(V_{B.E})}{V_{B.E}}\right)^2+\left(\frac{U(V_1)}{V_1}\right)^2}$$

・もし、$y=x_1\times x_2$ または $y=x_1-x_2$ ならば、測定の不確かさ（高等教育では拡張不確かさと呼ばれる）$U(Y)$は、以下の関係で計算される：

$$U(Y)=\sqrt{U^2(X_1)+U^2(X_2)}$$

例

目盛付き定規でペンの長さを測定する。mm の目盛付き定規での値は、ℓ =14.6cm である。この定規の精度または公差は、δ =0.5mm=0.05cm（半目盛に相当する精度）である。測定の不確かさは、

－≪14.6cm≫の値の読み取りから：$U_1=2\times\frac{\delta}{\sqrt{3}}$；

－零値の読み取りから：$U_2=2\times\frac{\delta}{\sqrt{3}}$　による。

ペンの長さの測定の不確かさ $U(L)$は、以下の関係で計算される：

$$U(L)=\sqrt{U_1^2+U_2^2}$$

$$U(L)=\sqrt{2U_1^2}=\sqrt{2}U_1$$

$$U(L)=\sqrt{2}\times2\times\frac{\delta}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}\times2\times\frac{0.5}{\sqrt{3}}=0.8\text{mm}=0.08\text{cm}$$

高校では、測定の不確かさはよく有効数字１ケタで与えられる。

それゆえ、測定結果は：

信頼度95％　L=(14.60±0.08)cm　で与えられる。

6．参照値との比較

実験で測定した値を既知の参照値と比較するとき、その参照値が測定値の区間［$x-U(X)$：$x+U(X)$］にその参照値があるかどうかを確かめなければならない：

－そうであれば、測定は満足のいくものである。

－そうでなければ、測定をやり直すか実験手順を修正しなければならない。

例

前に扱った目盛付き定規を用いたペンの長さの測定結果は、95％の信頼度で $L_{測定}$＝（14.60±0.08）cm　である。

それゆえ、ペンの長さの真の値は、95％の確率で［14.52cm；14.68cm］の間にある。

ペンの長さの測定値を製造者によって示された長さ、参照値と考えられる値：

$L_{参照}$＝14.5cm

と比較したいとする。

そのために、測定値と参照値の２つの値は、同じ有効数字の桁数でなければならない。$L_{参照}$＝14.5cm とは、この参照値は［14.45cm；14.55cm］の間にあることを意味する。

測定値と参照値の２つの区間は交わる：それゆえこの測定は満足いくものである。

注意

参照値が測定値の区間にない場合、あるいはその測定の精度があまり高くない場合、結果として実験の手続きの修正ができるように誤差の発生源を分析しなければならない。

7．有効数字と相対誤差（ecart relatif）

7.1　有効数字の桁

・小数における有効数字は、10のべき乗を考慮することなく、数字の左側の≪０≫以外の全ての数字である。

・１≦ａ＜10、ｎが正または負の整数である科学的な表記 $a\times10^n$ の有効数字の桁数はａの桁数と同じである。

例

0.0420mm は有効数字３ケタであり、左の≪０≫は有効数字ではない。科学的な表記として、この結果は：

0.00420mm=4.20×10^{-2}mm と表される。

420または4.20の３文字は全て有効数字である。

7.2　計算後の有効数字

・一般的な場合

計算結果は、もっとも少ない精度のデータの有効数字と同じ桁で示されなければならない。

例

L＝8.51m で t_2-t_1＝0.82秒の場合、以下の関係から与えられる速さ v の値：

$$v=\frac{L}{t_2-t_1}=\frac{8.51}{0.82}=10.34\text{m/s}$$

は、有効数字２桁で：10m/s と丸められる。

・特殊な場合（省略）

7.3　相対誤差

・測定の不確かさを確実に知ることなく、実験値と参照値（理論値または製品によって示された値）を比較したいとき、相対誤差を計算する：

$$相対誤差=\frac{|X_{測定}-X_{参照}|}{X_{参照}}\times100$$ （パーセンテージを得るために）

・測定では、この相対誤差が小さいと満足のいくものとなる。（例は省略）